



Matemáticas Financieras

Interés Compuesto



EL INTERÉS COMPUESTO:

- a. Concepto y mecanismo bajo el cual opera el interés compuesto.
- b. Períodos de capitalización.
- c. Representación gráfica del crecimiento del dinero a interés compuesto.
- d. Ejemplos de préstamos a interés compuesto.
- e. Valor futuro de una suma actual colocada a interés compuesto.
Formulación.
- f. Coherencia de las unidades.
- g. Significado de la equivalencia de sumas de dinero en distintos momentos en el tiempo, para una tasa de crecimiento dada.

Interés Compuesto

Concepto y mecánica general



Lo fundamental para dominar la teoría y la práctica del interés compuesto, es una clara comprensión del mecanismo bajo el cual opera este régimen.

Interés compuesto es el que se aplica cuando los intereses causados, no retirados o pagados, **pasan a su vez a causar intereses** cada cierto período de tiempo especificado previamente, que se denomina **período de capitalización, conversión o composición**.

¿Por qué se llama interés compuesto?

Porque los intereses que se producen van aumentando el capital inicial y sobre él se van generando nuevos intereses. Los intereses generados se van sumando período a período al capital inicial y a los intereses ya generados anteriormente.



¿Qué significa capitalización?

Es el proceso de añadir los intereses al capital a medida que se van generando durante la operación financiera.



Frecuencia de la capitalización.

Es el número de veces que se le suman los intereses al capital de acuerdo con la unidad de tiempo en que esté expresada la tasa. La velocidad a la que el interés compuesto se acumula depende de la frecuencia de la capitalización, cuanto mayor es el número de períodos de capitalización, mayor es el interés compuesto.

Diferencia entre interés compuesto e interés simple.

En el interés simple basta con indicar que la tasa que rige una operación es de por ejemplo el 10% anual, para saber exactamente como crece el dinero en el tiempo en dicha operación. En el interés compuesto ello no es suficiente: **hay que indicar, además, cada cuánto tiempo**, o en cuales fechas, **se efectúa la capitalización**, es decir, cada cuánto tiempo los intereses son convertidos en capital para pasar a generar intereses. Así, por ejemplo, en el régimen de interés compuesto, si se habla de una tasa del 10% anual, **debe indicarse además el período de capitalización** o composición, el cual puede ser anual, mensual, trimestral, etc. Tendremos entonces el 10% anual compuesto (o capitalizado) anualmente, el 10% anual compuesto mensualmente, etc.

Interés Compuesto

Periodos de Capitalización



La capitalización, composición o conversión, no es más que una especie de "corte de cuentas". En los momentos de capitalización se calcula el interés causado desde el último momento de capitalización, se suma al capital anterior, se añaden o restan las entradas y salidas de dinero con sus intereses, si las ha habido, obteniéndose así el monto neto que permanece dentro de la operación, y a partir de allí y hasta el próximo instante de capitalización, **el monto neto indicado crece a interés simple**. Si hay entradas o salidas de dinero en la operación entre momentos de capitalización, éstas también generan un interés simple hasta el próximo momento de capitalización.



Capitalización



Interés Compuesto

Ejemplo Préstamo



Si A le presta a B, Bs. 1.000,00 a un interés compuesto del 30% anual **con capitalización anual**, por 5 años, para ser devueltos al final con los intereses acumulados, tanto el prestamista como el prestatario llevarán sus cuentas en una tabla similar a la siguiente:

Año	Saldo inicio (Bs)	Intereses (Bs)	Saldo al final (Bs)
1	1.000,00	300,00	1.300,00
2	1.300,00	390,00	1.690,00
3	1.690,00	507,00	2.197,00
4	2.197,00	659,10	2.856,10
5	2.856,10	856,83	3.712,93

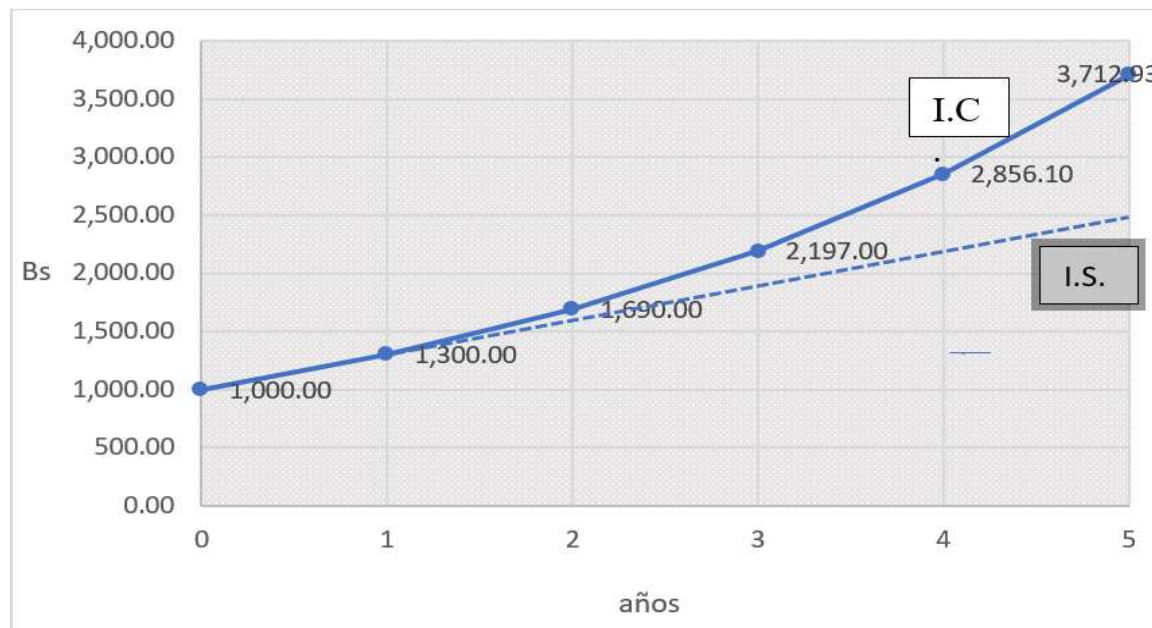
Lo primero que debe observarse es que los intereses se calculan con la fórmula del interés simple es decir $I = P \cdot i \cdot n$, siendo P el saldo al inicio de cada año, i es la tasa de interés = 30% anual = 0,30/año; y n = 1 año. En segundo lugar, al final de cada año, se obtiene el saldo final sumando, el saldo al inicio del año con los intereses generados durante dicho año. Este saldo pasa a sustituir el nuevo saldo de arranque, es decir, el nuevo capital (saldo deudor) para el próximo año y los intereses se calcularán de allí en adelante sobre este nuevo capital hasta el final de ese año, en el cual nuevamente se efectuará el proceso descrito anteriormente de sumar intereses al capital, y así, sucesivamente para cada uno de los períodos de capitalización.

Interés Compuesto

Representación grafica de crecimiento



De manera esquemática, el crecimiento del dinero invertido a interés compuesto (I.C) crece linealmente entre períodos de capitalización, (ya que el crecimiento entre momentos de capitalización es en base a interés simple I.S) pero como la pendiente de las rectas va aumentando con el tiempo, el crecimiento global resulta exponencial y presenta la forma siguiente:



Interés Compuesto

Valor futuro de un monto actual



Si se presta o coloca hoy, a interés compuesto (i) una suma P (Valor Presente o Valor Actual), y no se retiran los intereses periódicamente, al final del plazo (n) se recibirá una suma S (Valor Futuro), o se dispondrá de ella.

El valor de S en cualquier momento en el tiempo (n) viene expresado por la siguiente formula:

$$S_n = P (1 + i)^n$$

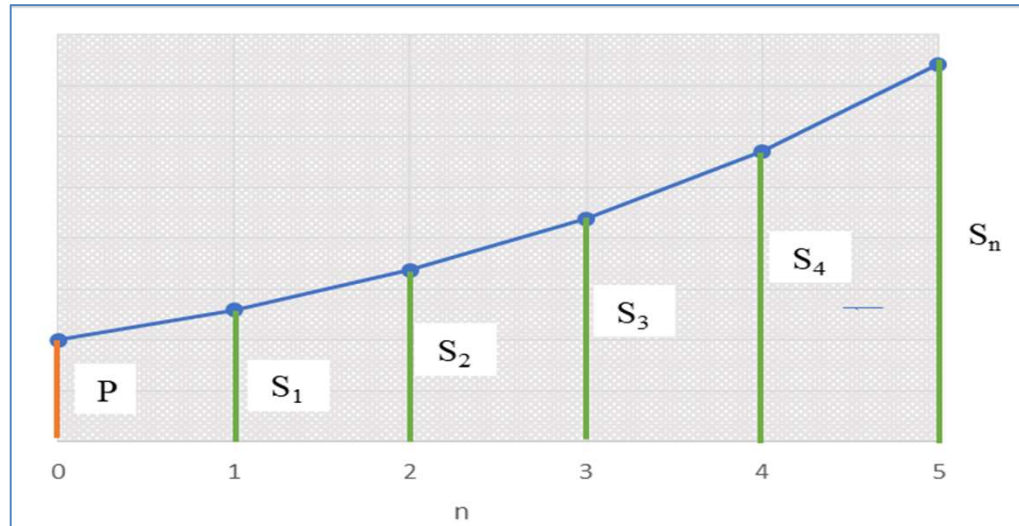
Dicha cantidad S en cualquier momento n , incluye tanto P como los intereses capitalizados y gráficamente se representaría de la forma siguiente:

Interés Compuesto

Valor futuro de un monto actual



UCAB



Y despejando P, I y n se obtiene:

$$P = S \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$i = \left(\frac{S}{P} \right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$n = \frac{\lg \frac{S}{P}}{\lg(1+i)}$$

Estas fórmulas solo son aplicables si se cumplen las siguientes condiciones:

- 1- Los flujos P y S deben ocurrir exactamente en los momentos de capitalización inicial y final de un lapso.
- 2- n debe ser un número entero.
- 3- Los períodos deben ser iguales o ser considerados como tales.



Unidades:

P y S vienen en cualquier unidad monetaria y n en cualquier unidad de tiempo, igual que en el interés simple.

Ahora bien, como ya se indicó, en el interés compuesto no es suficiente indicar la tasa de interés, sino que **hay que especificar siempre el período de capitalización (que es el momento donde se hacen las cuentas) para definir completamente la operación.** No es lo mismo 12% anual compuesto anualmente, que 12% anual compuesto mensualmente; la última produce una velocidad de crecimiento del dinero mayor que la primera.

En general, para efectos de comunicación, puede expresarse la tasa en función de un período diferente del período de capitalización.



Interés Compuesto

Coherencia de las unidades



UCAB

Así se tendrá, por ejemplo, el 15% anual compuesto trimestral, donde la tasa de interés es igual al 15 % anual y el período de capitalización de los intereses es trimestral; ó 7 % semestral compuesto mensual, donde la tasa de interés es igual al 7 % semestral y el período de capitalización de los intereses es mensual.

En este texto se abreviará con tres letras la especificación de las tasas y el período de capitalización, según lo siguiente:

anual compuesto anual:
anual compuesto mensual:
semestral compuesto trimestral:
mensual compuesto mensual:
trimestral compuesto mensual:
mensual compuesto diario:

a.c.a.
a.c.m.
s.c.t.
m.c.m.
t.c.m
m.c.d.

PERIODOS Y FRECUENCIA DE CAPITALIZACION

Frecuencia de Capitalizaciones	Período de Capitalizaciones m
Anual	1
Semestral	2
Cuatrimestral	3
Trimestral	4
Bimestral	6
Mensual	12

Interés Compuesto

Regla Básica



En base a lo indicado y al hecho de que **las unidades deben ser coherentes**, la **REGLA BASICA** en lo que se refiere a las unidades del tiempo y del interés compuesto, es la siguiente: **“En el interés compuesto la tasa de interés debe *obligatoriamente* venir referida al período de capitalización y el tiempo debe expresarse en número de períodos de capitalización”**.

En consecuencia, **antes de efectuar cualquier operación, debe pasarse siempre la tasa de interés y el tiempo, al período de capitalización establecido en el problema.**

Para expresar la tasa o el tiempo en base a un período diferente de aquel en que viene, simplemente basta multiplicarlo o dividirlo por el número de veces que un período contiene al otro.



Interés Compuesto

Homogenización unidades de tiempo



Homogeneización de las unidades:

1 año = 2 semestres = 3 cuatrimestres = 4 trimestres = 6 bimestres = 12 meses

1 semestre = 1,5 cuatrimestres = 2 trimestres = 3 bimestres = 6 meses

1 cuatrimestre = 1,33 trimestres = 2 bimestres = 4 meses

1 Trimestre = 1,5 bimestres = 3 meses

1 bimestre = 2 meses



Si se tiene un préstamo a interés compuesto por un tiempo de ocho (8) semestres al 12 % anual con **capitalización trimestral** (12% act), se deberán convertir las unidades **obligatoriamente**, de manera de llevar tanto la tasa de interés (12% anual) como el tiempo (8 semestres) a **trimestres**, que es el **período de capitalización** de la operación.

Veremos como se homogeneizan ambas variables a trimestral:

Interés Compuesto

Homogenización unidades de tiempo



UCAB

- a) Recuerda que en el interés simple se adaptaba el tiempo (n) a la unidad de tiempo en que estaba expresada la tasa (i) o viceversa, pues ahora se adaptará el tiempo a la unidad de tiempo en que esté expresado el período de capitalización, en este caso **trimestral** (1 semestre = 2 trimestres)

$$n = 8 \text{ semestres} \times \frac{2 \text{ trimestres}}{\text{semestre}} = 16 \text{ trimestres}$$

- b) La tasa de interés al igual que en el interés simple se debe expresar en tanto por uno para trasladarla a la fórmula. ¿Como? Dividiéndola entre 100

$$i = 12\% \text{ anual} \div 100 = 0.12 / \text{año}$$

- c) La tasa se debe dividir entre el número de veces que indique la capitalización.
12% anual con capitalización trimestral (1 año = 4 trimestres)

$$i = 0,12/\text{año} = 0,12/4 \text{ trimestres} = 0.03 / \text{trimestre} = \blacktriangleright 0,03 \text{ tct}$$

Interés Compuesto

Homogenización unidades de tiempo



UCAB

Ejemplo:

Veamos en que se convierte un valor actual de Bs. 10.000 a una tasa del 7% anual con períodos de capitalización anuales, trimestrales y mensuales

EJEMPLO DE CAPITALIZACIONES							
		NRO DE PERIODOS DE TIEMPO			CAPITALIZACIONES		
		AÑOS	TRIMESTRES	MESES	ANUAL	TRIMESTRAL	MENSUAL
VA	-10000	1	4	12	Bs.\$10,700.00	Bs.\$10,718.59	Bs.\$10,722.90
TASA ANUAL	7.00%	5	20	60	Bs.\$14,025.52	Bs.\$14,147.78	Bs.\$14,176.25
TASA TRIMESTRAL	1.75%	10	40	120	Bs.\$19,671.51	Bs.\$20,015.97	Bs.\$20,096.61
TASA MENSUAL	0.58%	20	80	240	Bs.\$38,696.84	Bs.\$40,063.92	Bs.\$40,387.39

Capitalización intereses	Frecuencia conversión
Diaria	365
Semanal	52
Quincenal o Bimensua	24
Mensual	12
Bimestral	6
Trimestral	4
Cuatrimstral	3
Semestral	2
Anual	1



Equivalencias de dinero en distintos momentos de tiempo:

$$S = P (1 + i)^n$$

$$P = S \frac{1}{(1 + i)^n}$$

Dichas fórmulas representan el crecimiento del dinero en el tiempo, en cualquier situación en la cual está creciendo a interés compuesto. Así, si se deposita o invierte, o se dispone de cierta cantidad P en un instrumento que pague interés compuesto y no se retiran los intereses abonados, dicha cantidad se transformará en $P (1 + i)^n$ al cabo de n períodos de capitalización.

Adicionalmente, las fórmulas tienen un significado más amplio de equivalencia de sumas de dinero en distintos momentos en el tiempo, para una tasa de crecimiento dada. Si una persona hace crecer su dinero normalmente a una velocidad o tasa i , para esta persona **es indiferente recibir Bs. P hoy o recibir Bs. $P (1 + i)^n$ dentro de un tiempo n .**

Ejemplos:

1. ¿En cuánto se convierten Bs. 15.000,00 colocados al 16% anual con capitalización **mensual** (acm) de interés compuesto durante tres (3) años?

Interés Compuesto Equivalencias de dinero en distintos momentos de tiempos



- Obtener los datos y la incógnita del problema:

$$P = \text{Bs. } 15.000,00$$

$$i = 16\% \text{ acm}$$

$$n = \text{tres (3) años}$$

$$S = ?$$

- Convertir la tasa de interés “i” a tanto por uno, dividiéndola entre 100:

$$i = 16\% \text{ anual} \div 100 = 0,16 / \text{año}$$

- Realizar las conversiones necesarias para poner **obligatoriamente** las unidades de tiempo “n” y la tasa de interés “i” en la misma unidad que el **período de capitalización**, en este caso a meses:

$$i = \frac{0,16}{\text{año}} = \frac{0,16}{12 \text{ meses}} = \frac{0,16}{12} \text{ m cm} = 0.01333 \text{ mcm}$$

$$n = 3 \text{ años} \times \frac{12 \text{ meses}}{\text{año}} = 36 \text{ meses}$$

- Aplicar la fórmula de la incógnita (S): $S = P(1+i)^n$

$$S = 15.000(1 + 0.01333)^{36}$$

$$S = 15.000(1.01333)^{36}$$

$$S = 15.000(1.610956598)$$

$$S = 24.164,35 \text{ Bs.}$$

- **Respuesta:** A los 3 años se obtiene Bs. 24.164,35

Interés Compuesto Equivalencias de dinero en distintos momentos de tiempos



2. Se depositan Bs. 8.000 en un banco que reconoce una tasa de interés del 36% anual capitalizable **mensualmente (acm)**. ¿Cuál será el monto acumulado en cuatro años?

- Obtener los datos y la incógnita del problema:

$$P = \text{Bs. } 8.000$$

$$i = 36 \% \text{ acm}$$

$$n = 4 \text{ años}$$

$$S = ?$$

- Convertir la tasa de interés “i” a tanto por uno, dividiéndola entre 100:

$$i = 36\% \text{ anual} \div 100 = 0,36/\text{año}$$

- Homogeneizar las unidades de tiempo “n” y la tasa de interés “i” en la misma unidad que el **período de capitalización**, en este caso a meses:

$$i = 0,36/\text{año} = 0.36/12 \text{ meses} = 0,03 \text{ mcm}$$

$$n = 4 \text{ años} \times 12 \text{ meses} = 48 \text{ meses}$$

- Aplicar la fórmula de la incógnita (S):

$$S = 8.000(1 + 0.03)^{48}$$

$$S = 8.000(1.03)^{48}$$

$$S = 8.000(4,132251879)$$

$$S = 33.058,01 \text{ Bs.}$$

- **Respuesta:** A los 4 años se acumulan Bs. 33.058,01

Interés Compuesto Equivalencias de dinero en distintos momentos de tiempos



3. ¿Que cantidad de dinero se coloca a la tasa del 18% anual capitalizable semestralmente (acs) para que se convierta en Bs. 260.000 en 5 años?

- Obtener los datos y la incógnita del problema:

$$P = ?$$

$$S = \text{Bs. } 260.000$$

$$i = 18\% \text{ acs}$$

$$n = 5 \text{ años}$$

- Convertir la tasa de interés “i” a tanto por uno, dividiéndola entre 100:

$$i = 18\%/\text{año} \div 100 = 0,18/\text{año}$$

- Homogeneizar las unidades de tiempo “n” y la tasa de interés “i” en la misma unidad que el **período de capitalización**, en este caso a **semestre**:

$$i = 0.18/\text{año} = 0.18/2 \text{ semestres} = 0.09 \text{ scs}$$

$$n = 5 \text{ años} \times 2 \text{ semestres/año} = 10 \text{ semestres}$$

- Aplicar la fórmula de la incógnita (P):

$$P = S \frac{1}{(1 + i)^n} \quad P = 260.000 \frac{1}{(1 + 0.09)^{10}} \quad P = 260.000 \frac{1}{(1.09)^{10}} \quad P = 260.000 \frac{1}{2.36736367}$$

$$P = 260.000(0.4224108) \quad P = 109.826,81 \text{ Bs.}$$

- **Respuesta:** Se deben colocar hoy Bs. 109.826,81 para acumular Bs. 260.000 en 5 años

Interés Compuesto

Referencias Bibliográficas



- Manual para el Profesional Inmobiliario en Venezuela. Cámara Inmobiliaria Metropolitana. 2019. Amazon.
- <https://contabilidadparatodos.com/libro-pdf-matematica-financiera/>
- Álvarez A. Matemática Financiera. Editorial Mc. Graw Hill. 1995.
- Villalobos José Luis. Matemáticas Financiera. Tercera Edición. PEARSON, Prentice Hall. 2009.





Cámara Inmobiliaria de Venezuela

UCAB  UNIVERSIDAD CATÓLICA
ANDRÉS BELLO

Matemáticas Financieras

Interés Compuesto



Nombre del tema por Nombre experto, UCAB-CIV está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.