

PARTE TEÓRICA:

1. El Conjunto de los Números Naturales ($\mathbb{N}$)

El conjunto de los números naturales, denotado por la letra $\mathbb{N}$, representa la base numérica fundamental que utilizamos desde nuestra infancia para contar elementos de la naturaleza o de la vida cotidiana. Incluye a los números enteros positivos, comenzando por el uno y extendiéndose de forma infinita. Ejemplos de su uso diario son contar la cantidad de estudiantes en un aula (por ejemplo, 25 alumnos), indicar el orden de llegada en una competencia deportiva (primer lugar, segundo lugar).

2. Leyes de signos en matemáticas

Suma y Resta (Adición y Sustracción)

Cuando sumamos o restamos números enteros, no multiplicamos signos, sino que analizamos el movimiento en la recta numérica (puedes pensarlo como dinero que tengo o deudas que debo):

- Signos iguales: Se suman los números y se deja el mismo signo que tienen.
 - Ejemplo: $+4 + 3 = +7$
 - Ejemplo: $-4 - 3 = -7$
- Signos distintos: Se restan los números y se coloca el signo del número que tiene mayor valor absoluto (el "más grande" sin importar el signo).
 - Ejemplo: $-5 + 9 = +4$ (restamos $9 - 5 = 4$, y gana el positivo porque el 9 es mayor)
 - Ejemplo: $+6 - 10 = -4$ (restamos $-10 + 6 = -4$, y gana el negativo porque el 10 es mayor)

3. Multiplicación y División

Aquí la regla es directa y se aplica cuando los números se están multiplicando (o dividiendo) entre sí:

- $(+) \cdot (+) = (+)$ (Más por más es más)
- $(-) \cdot (-) = (+)$ (Menos por menos es más)
- $(+) \cdot (-) = (-)$ (Más por menos es menos)
- $(-) \cdot (+) = (-)$ (Menos por más es menos)

4. Ecuaciones en $\mathbb{N}$ (Naturales)

Una ecuación es una igualdad matemática en la que aparece un valor desconocido llamado incógnita (representado habitualmente con la letra x).

- En el conjunto $\mathbb{N}$, tanto los números que intervienen en la operación como el resultado final (la solución de la incógnita) pertenecen exclusivamente a los números naturales ($\{1,2,3, \dots\}$ o a veces el 0).
- Ejemplo: $X + 3 = 8 \Rightarrow X = 5$ (El resultado 5 pertenece a $\mathbb{N}$).
- Representación en conjunto: $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,\dots\}$.
- Orden en $\mathbb{N}$: Se emplea para indicar qué cantidad es mayor o igual que otra utilizando la simbología:
 - $>$: Mayor que
 - $<$: Menor que
 - $\geq$: Mayor o igual que
 - $\leq$: Menor o igual que
 - $=$: Igual que
- Recta Real (o numérica): Es una línea recta en la que se ubican los números de manera ordenada a la misma distancia uno de otro, partiendo por lo general desde el cero hacia la derecha.

5. Operaciones Básicas en $\mathbb{N}$

- Adición o suma (+): Se aplica para ampliar, agrupar o juntar cantidades. (Ejemplo: $5 + 3 = 8$).
- Sustracción o resta (-): Se emplea para reducir, disminuir o quitar cantidades.
- Multiplicación o producto ($\times$): Es una suma abreviada que se emplea para ampliar cantidades. (Ejemplo: $25 \times 3 = 75$).
- División o cociente ($\div$): Se utiliza para repartir o simplificar en partes iguales. (Ejemplo: $25 \div 5 = 5$).

6. Operaciones Básicas Combinadas

Son expresiones donde se resuelven varias operaciones respetando una jerarquía o un orden específico:

1. Paréntesis () y corchetes [].
2. Multiplicaciones y divisiones.
3. Sumas y restas de izquierda a derecha.

7. Regla de Jerarquía de Operations

Para resolver operaciones combinadas, siempre debes seguir este orden estricto:

4. Signos de agrupación: paréntesis (), corchetes [] y llaves {} (se resuelven primero los más internos).

5. Multiplicaciones y divisiones: tienen mayor prioridad y se resuelven de izquierda a derecha.
6. Sumas y restas: son las últimas en resolverse, también de izquierda a derecha.

• **Ejemplo resuelto en clase:**

$$\begin{aligned}
 &3 + 9(5 - 2) + (8 \div 2) \\
 &= 3 + 9(3) + 4 \\
 &= 3 + 27 + 4 = 34
 \end{aligned}$$

Lista de algunas expresiones en lenguaje *algebraico* utilizadas en las ecuaciones:

Nº	Lenguaje Común (Oración)	Lenguaje Algebraico (Solución)
1	Un número cualquiera aumentado en siete.	$x + 7$
2	El doble de un número disminuido en tres.	$2x - 3$
3	El triple de un número aumentado en su doble.	$3x + 2x$
4	La suma de dos números consecutivos.	$x + (x + 1)$
5	El cuadrado de un número entero.	x^2
6	El antecesor de un número entero.	$x - 1$
7	El sucesor de un número natural.	$x + 1$
8	La diferencia entre un número y diez.	$x - 10$
9	El producto de dos números distintos.	$x \cdot y$
10	El cociente de dos números cualesquiera.	x / y
11	La mitad de un número disminuido en cinco.	$(x / 2) - 5$
12	El triple de la suma de un número y cuatro.	$3(x + 4)$
13	La suma de tres números consecutivos.	$x + (x + 1) + (x + 2)$
14	Un número par cualquiera (en los enteros).	$2n$
15	Un número impar cualquiera.	$2n + 1$
16	El cubo de un número aumentado en uno.	$x^3 + 1$
17	La suma de dos números diferentes.	$a + b$
18	El doble de la diferencia de dos números.	$2(x - y)$
19	Cinco veces un número disminuido en su mitad.	$5x - (x / 2)$
20	El cuadrado de la suma de dos números.	$(x + y)^2$
21	La suma de los cuadrados de dos números.	$x^2 + y^2$
22	El opuesto de un número entero.	$-x$
23	Tres menos el doble de un número.	$3 - 2x$
24	La tercera parte de un número aumentado en ocho.	$(x / 3) + 8$
25	El exceso de un número sobre quince.	$x - 15$
26	El cuádruple de un número entero negativo.	$4(-x)$ o $4x$ (con $x < 0$)
27	Dos números enteros cuya suma es cero.	$x + (-x) = 0$
28	El producto de un número y su sucesor.	$x(x + 1)$
29	El valor absoluto de un número entero.	$ x $
30	Un número que es cinco unidades menor que otro.	$y = x - 5$

PARTE PRÁCTICA:

NIVEL FÁCIL

7. Identificación: De la siguiente lista de números, indica cuáles pertenecen al conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$):
(-5, 0, 3, -2, 12, 4.5, 9)
8. Orden: Ordena de menor a mayor los siguientes números naturales y ubícalos mentalmente en la recta numérica:
(15, 3, 22, 0, 7, 10, 1)
9. Operaciones simples: Resuelve las siguientes operaciones básicas:
 - a) $45 + 28 =$
 - b) $83 - 19 =$
 - c) $12 \times 4 =$
 - d) $72 \div 8 =$

NIVEL MEDIO

10. Operaciones combinadas: Resuelve paso a paso respetando el orden de las operaciones:
 - a) $(20 \div 4) + (10 - 3) + [2 \times 3] =$
 - b) $5 + 4 \times (6 - 2) + (15 \div 3) =$
11. Problema de razonamiento (estilo proporcionalidad):

Si una empresa utiliza 80 árboles y 200.000 litros de agua para generar 10.000 kg de papel, ¿cuántos árboles y cuántos litros de agua se necesitarán para generar 1.750 kg de papel?
(Pista: puedes usar reglas de tres simples).
12. Problema de razonamiento (lógica de conteo):

María tiene 2 cajas grandes; dentro de cada caja grande hay 4 cajas medianas, y en cada caja mediana hay 3 cajas pequeñas. ¿Cuántas cajas pequeñas hay en total?

NIVEL SENCILLO

13. Cuadernos y hojas: Si para fabricar 5 cuadernos se necesitan 15 hojas de papel, ¿cuántas hojas se necesitarán para fabricar 12 cuadernos?
14. Flujo de agua: Un grifo arroja 30 litros de agua en 2 minutos. ¿Cuántos litros de agua arrojará en 5 minutos?
15. Costo de frutas: Si 3 kilogramos de naranjas cuestan 6 dólares, ¿cuánto costarán 7 kilogramos de naranjas?
16. Consumo de combustible: Un auto recorre 120 kilómetros utilizando 10 litros de gasolina. ¿Cuántos kilómetros recorrerá con 25 litros?
17. Pintura: Para pintar una pared de 4 metros cuadrados se utilizan 2 litros de pintura. ¿Cuántos litros se necesitarán para pintar 10 metros cuadrados?

NIVEL MEDIO (Continuación)

18. Producción de jugos: Una fábrica utiliza 150 litros de pulpa de fruta y 300 litros de agua para producir 1.000 botellas de jugo. ¿Cuántos litros de pulpa y de agua se necesitarán para producir 350 botellas?
19. Imprenta de libros: Si una imprenta utiliza 45 resmas de papel para imprimir 15.000 libros escolares, ¿cuántas resmas necesitará para imprimir 4.500 libros?
20. Alimento para ganado: Un ganadero necesita 450 kg de alimento para alimentar a sus vacas durante 30 días. Si se reducen los días a 15 manteniendo el mismo consumo diario por vaca, ¿cuántos kilos de alimento se gastarán?
21. Escala en mapas: En un plano geográfico, una distancia de 5 centímetros representa 250 kilómetros en la realidad. ¿Qué distancia real representarán 14 centímetros en ese mismo plano?
22. Reciclaje industrial: Una planta recicladora procesa 1.200 kg de plástico para fabricar 4.800 envases ecológicos. ¿Cuántos kilogramos de plástico se requieren para producir 7.500 envases ecológicos?

Ejercicios Prácticos

Ecuaciones en $\mathbb{N}$	Potenciación
Simple 1. $x + 5 = 12$ 2. $x - 4 = 9$ 3. $3x = 18$ Nivel medio 4. $2x + 4 = 16$ 5. $5x - 10 = 20$ 6. $4x + 3 = 19$ Con paréntesis / Distributiva 7. $2 \cdot (x + 3) = 14$ 8. $3 \cdot (x - 2) = 15$ 9. $4 \cdot (x + 1) - 2 = 18$ 10. $5 \cdot (x - 3) + 4 = 19$	1. $2^3 =$ 2. $(12)^3 =$ 3. $(3)^2 =$ 4. $(3)^3 =$ 5. $(61)^4 =$ 6. $(4)^5 =$ 7. $5^2 =$ 8. $(5)^5 =$ 9. $(2)^4 =$

RESOLUCIÓN PASO A PASO

1. **Problema:** Si para fabricar 5 cuadernos se necesitan 15 hojas de papel, ¿cuántas hojas se necesitarán para fabricar 12 cuadernos?

Paso 1 (Hallar las hojas por un cuaderno): Dividimos el total de hojas entre el número de cuadernos.

$$15 \div 5 = 3 \text{ hojas por cada cuaderno.}$$

Paso 2 (Calcular para 12 cuadernos): Multiplicamos las hojas de un cuaderno por los 12 cuadernos.

$$12 \times 3 = 36 \text{ hojas.}$$

2. Problema: Un grifo arroja 30 litros de agua en 2 minutos. ¿Cuántos litros de agua arrojará en 5 minutos?

Paso 1 (Litros por minuto): Dividimos los litros totales entre los minutos.

$$30 \div 2 = 15 \text{ litros por minuto.}$$

Paso 2 (Litros en 5 minutos): Multiplicamos los litros de un minuto por 5.

$$15 \times 5 = 75 \text{ litros.}$$

3. Problema: Si 3 kilogramos de naranjas cuestan 6 dólares, ¿cuánto costarán 7 kilogramos de naranjas?

Paso 1 (Costo por un kilogramo): Dividimos el costo total entre los kilogramos.

$$6 \div 3 = 2 \text{ dólares por cada kilogramo.}$$

Paso 2 (Costo de 7 kilogramos): Multiplicamos el precio de un kilo por 7.

$$7 \times 2 = 14 \text{ dólares.}$$

4. Problema: Un auto recorre 120 kilómetros utilizando 10 litros de gasolina. ¿Cuántos kilómetros recorrerá con 25 litros?

Paso 1 (Kilómetros por litro): Dividimos los kilómetros totales entre los litros.

$$120 \div 10 = 12 \text{ kilómetros por cada litro.}$$

Paso 2 (Kilómetros con 25 litros): Multiplicamos los kilómetros por litro por 25.

$$25 \times 12 = 300 \text{ kilómetros.}$$

5. Problema: Para pintar una pared de 4 metros cuadrados se utilizan 2 litros de pintura. ¿Cuántos litros se necesitarán para pintar 10 metros cuadrados?

Paso 1 (Litros por metro cuadrado): Dividimos los litros entre los metros cuadrados.

$$2 \div 4 = 0.5 \text{ litros por cada metro cuadrado.}$$

Paso 2 (Litros para 10 metros cuadrados): Multiplicamos los litros por metro por 10.

$$10 \times 0.5 = 5 \text{ litros.}$$

6. Problema: Una fábrica utiliza 150 litros de pulpa de fruta y 300 litros de agua para producir 1.000 botellas de jugo. ¿Cuántos litros de pulpa y de agua se necesitarán para producir 350 botellas?

Paso 1 (Cantidad por una botella):

- Pulpa: $150 \div 1.000 = 0.15$ litros por botella.
- Agua: $300 \div 1.000 = 0.30$ litros por botella.

Paso 2 (Cantidad para 350 botellas):

- Pulpa: $350 \times 0.15 = 52.5$ litros de pulpa.
- Agua: $350 \times 0.30 = 105$ litros de agua.

Respuesta: Se necesitan 52.5 litros de pulpa y 105 litros de agua.

7. Problema: Si una imprenta utiliza 45 resmas de papel para imprimir 15.000 libros escolares, ¿cuántas resmas necesitará para imprimir 4.500 libros?

Paso 1 (Fracción o proporción de libros): Vemos qué parte de 15.000 representan 4.500 dividiendo ambos.

$4.500 \div 15.000 = 0.3$ (es decir, el 30% de la producción).

Paso 2 (Calcular las resmas): Multiplicamos el total de resmas iniciales por esa porción.

$45 \times 0.3 = 13.5$ resmas.

8. Problema: Un ganadero necesita 450 kg de alimento para alimentar a sus vacas durante 30 días. Si se reducen los días a 15 manteniendo el mismo consumo diario total, ¿cuántos kilos de alimento se gastarán?

Paso 1 (Consumo diario total): Dividimos el alimento total entre los días originales.

$450 \div 30 = 15$ kg de alimento gastados por día.

Paso 2 (Gasto para 15 días): Multiplicamos el consumo diario por los nuevos 15 días.

$15 \times 15 = 225$ kg.

9. Problema: En un plano geográfico, una distancia de 5 centímetros representa 250 kilómetros en la realidad. ¿Qué distancia real representarán 14 centímetros en ese mismo plano?

Paso 1 (Kilómetros por cada centímetro): Dividimos los kilómetros reales entre los centímetros del mapa. $250 \div 5 = 50$ kilómetros por cada centímetro.

Paso 2 (Distancia real para 14 centímetros): Multiplicamos los kilómetros por centímetro por 14.

$14 \times 50 = 700$ kilómetros.

10. Problema: Una planta recicladora procesa 1.200 kg de plástico para fabricar 4.800 envases ecológicos. ¿Cuántos kilogramos de plástico se requieren para producir 7.500 envases ecológicos?

Paso 1 (Envases por cada kilogramo de plástico): Dividimos los envases totales entre los kilogramos de plástico.

$$4.800 \div 1.200 = 4 \text{ envases por cada kilogramo de plástico.}$$

Paso 2 (Kilogramos necesarios para 7.500 envases): Como cada kilo rinde 4 envases, dividimos los 7.500 envases entre 4.

$$7.500 \div 4 = 1.875 \text{ kilogramos.}$$

Respuesta: Se requieren 1.875 kilogramos de plástico.

20 Ejercicios del Conjunto de los Números Naturales (Vida Real)

1. Carlos tiene una colección de 45 canicas. Su mejor amigo le regala 18 canicas más por su cumpleaños. ¿Cuántas canicas tiene Carlos en total?
2. En un pequeño supermercado se acomodan 120 manzanas en cajas. Si en cada caja caben exactamente 15 manzanas, ¿cuántas cajas completas se logran llenar?
3. Lucía va al mercado y compra 4 kilogramos de arroz a \$3 cada uno y 2 litros de leche a \$2 cada uno. Si paga con un billete de \$20, ¿cuánto dinero recibe de cambio?
4. Una panadería produce 350 panes en la mañana y 420 panes en la tarde. Al finalizar el día se vendieron 710 panes. ¿Cuántos panes quedaron sin vender?
5. Un autobús escolar realiza 4 viajes al día. En cada viaje transporta exactamente a 32 estudiantes. ¿Cuántos estudiantes mueve el autobús en total durante un día?
6. Para un proyecto escolar, un grupo de 6 amigos compra cartulinas por un total de \$54. Si deciden dividir el gasto en partes iguales, ¿cuánto debe pagar cada uno?
7. El edificio donde vive Ana tiene 8 pisos. Cada piso cuenta con 4 departamentos y en cada departamento viven 3 personas. ¿Cuántas personas habitan en total en el edificio?
8. Un agricultor cosecha 580 naranjas. Decide guardar 40 para su familia y el resto distribuirlas equitativamente entre 9 fruterías locales. ¿Cuántas naranjas recibe cada frutería?
9. Sofía está ahorrando para comprar una bicicleta que cuesta \$240. Si ya tiene guardados \$95 y su abuelo le regala \$50, ¿cuánto dinero le falta ahorrar?
10. Una competencia de atletismo tiene una pista de 400 metros. Si un corredor da 12 vueltas completas a la pista durante su entrenamiento, ¿cuántos metros recorre en total?
11. En una biblioteca hay 5 estantes, y cada estante sostiene 42 libros de aventuras. Si los bibliotecarios deciden agregar 15 libros más a cada estante, ¿cuál es el nuevo total de libros?

12. Una fábrica textil empaca calcetines en paquetes de 6 pares cada uno. Si en un día producen 1,440 pares de calcetines, ¿cuántos paquetes logran armar?
13. Un tren de carga transporta 12 vagones. Cada vagón contiene 25 toneladas de maíz. Si en la primera estación se descargan 80 toneladas, ¿cuántas toneladas de maíz quedan en el tren?
14. Marta planta zanahorias en su huerto urbano. Coloca 14 filas con 12 semillas en cada una. Lamentablemente, 15 semillas no germinan. ¿Cuántas plantas de zanahoria crecen?
15. Un cine tiene una sala con 15 filas de asientos. Si cada fila tiene 18 butacas y para la función de la noche se venden 210 boletos, ¿cuántos asientos quedan vacíos?
16. Para organizar una fiesta comunal se compran 8 cajas de refrescos. Cada caja contiene 24 botellas. Si al final de la fiesta quedan 35 botellas sin abrir, ¿cuántas botellas se consumieron?
17. Un ciclista recorre 45 kilómetros el lunes, 52 kilómetros el miércoles y 60 kilómetros el viernes. ¿Cuál fue la distancia total recorrida por el ciclista en esos tres días?
18. Una pizzería utiliza 150 gramos de queso para hacer una pizza mediana. Si tienen 3,000 gramos de queso disponibles, ¿cuántas pizzas medianas pueden preparar?
19. Un videojuego otorga 250 puntos por cada misión secundaria completada. Si un jugador completa 8 misiones secundarias pero pierde 300 puntos por penalizaciones, ¿cuántos puntos netos obtiene?
20. En una escuela hay 360 alumnos en total. Si se planea organizar un torneo de fútbol y cada equipo debe tener exactamente 11 jugadores, ¿cuántos equipos completos se pueden formar y cuántos alumnos quedan sin equipo?

15 Enunciados de Ecuaciones con Números Naturales

1. El doble del dinero de Juan más \$15 es igual a \$75. ¿Cuánto dinero tiene Juan? (Ecuación: $2x + 15 = 75$)
2. Si al triple de la edad de Valeria se le restan 8 años, el resultado es 34 años. ¿Cuál es la edad de Valeria? (Ecuación: $3x - 8 = 34$)
3. En un estacionamiento hay cierta cantidad de autos. Si llegan 27 autos más, el total sería de 82 autos. ¿Cuántos autos había inicialmente? (Ecuación: $x + 27 = 82$)
4. Un repartidor distribuye una caja de mascarillas en 4 farmacias en partes iguales. Si cada farmacia recibió 25 mascarillas, ¿cuántas mascarillas había en la caja? (Ecuación: $x / 4 = 25$)
5. La suma de tres números naturales consecutivos es igual a 45. Encuentra dichos números. (Ecuación: $x + (x + 1) + (x + 2) = 45$)
6. Un granjero tenía 150 gallinas. Después de vender un grupo de ellas a un vecino, le quedaron 84 gallinas. ¿Cuántas gallinas vendió? (Ecuación: $150 - x = 84$)

-
7. El quíntuple de figuritas que tiene Mateo equivale a tener el triple de sus figuritas más 24. ¿Cuántas figuritas tiene Mateo? (Ecuación: $5x = 3x + 24$)
8. Por la compra de 4 cuadernos idénticos y un lápiz de \$2, una persona paga un total de \$18. ¿Cuánto cuesta cada cuaderno? (Ecuación: $4x + 2 = 18$)
9. Si a la mitad de los caramelos que tiene una bolsa se le suman 10 caramelos más, se obtienen 35 caramelos en total. ¿Cuántos caramelos tenía la bolsa originalmente? (Ecuación: $x / 2 + 10 = 35$)
10. Un tanque de agua se vacía a un ritmo constante. Si tenía 600 litros y después de unas horas pierde cierta cantidad quedando en 250 litros, ¿cuántos litros se vaciaron? (Ecuación: $600 - x = 250$)
11. La diferencia entre el séptuple de un número natural y 14 es igual a 35. ¿Cuál es ese número? (Ecuación: $7x - 14 = 35$)
12. En una tienda, el precio de una mochila es el doble que el de una cartuchera. Si compramos ambos artículos por un total de \$36, ¿cuál es el precio de la cartuchera? (Ecuación: $2x + x = 36$)
13. Un maestro compra 6 paquetes de tizas. Al abrir 15 tizas sueltas adicionales que tenía guardadas, cuenta en total 135 tizas. ¿Cuántas tizas vienen en cada paquete? (Ecuación: $6x + 15 = 135$)
14. El papá de Andrés tiene 42 años, lo cual equivale a 4 veces la edad de Andrés más 2 años. ¿Qué edad tiene Andrés? (Ecuación: $4x + 2 = 42$)
15. Si dividimos la cantidad de páginas de un libro entre 5 y luego le sumamos 12, el resultado es 52. ¿Cuántas páginas tiene el libro? (Ecuación: $x / 5 + 12 = 52$)