

PARTE TEÓRICA:

1. Números Enteros ($\mathbb{Z}$) y Ley de Signos

El conjunto de los números enteros incluye a los números positivos, los negativos y el cero. Nos sirven para representar situaciones opuestas (como temperaturas bajo cero, deudas o alturas).

La ley de signos indica que al sumar o restar, signos iguales suman cantidades y conservan el signo, mientras que signos diferentes se restan y llevan el signo del número mayor. En la multiplicación y división, signos iguales dan positivo (+) y signos diferentes dan negativo (-).

Leyes de signos en matemáticas

Suma y Resta (Adición y Sustracción)

Cuando sumamos o restamos números enteros, no multiplicamos signos, sino que analizamos el movimiento en la recta numérica (puedes pensarlo como dinero que tengo o deudas que debo):

- Signos iguales: Se suman los números y se deja el mismo signo que tienen.
 - Ejemplo: $+4 + 3 = +7$
 - Ejemplo: $-4 - 3 = -7$
- Signos distintos: Se restan los números y se coloca el signo del número que tiene mayor valor absoluto (el "más grande" sin importar el signo).
 - Ejemplo: $-5 + 9 = +4$ (restamos $9 - 5 = 4$, y gana el positivo porque el 9 es mayor)
 - Ejemplo: $+6 - 10 = -4$ (restamos $-10 + 6 = -4$, y gana el negativo porque el 10 es mayor)

. Multiplicación y División

Aquí la regla es directa y se aplica cuando los números se están multiplicando (o dividiendo) entre sí:

- $(+) \cdot (+) = (+)$ (Más por más es más)
- $(-) \cdot (-) = (+)$ (Menos por menos es más)
- $(+) \cdot (-) = (-)$ (Más por menos es menos)
- $(-) \cdot (+) = (-)$ (Menos por más es menos)

2. Operaciones Combinadas y Orden de Operaciones

Son expresiones donde se mezclan diferentes operaciones (suma, resta, multiplicación, división) y signos de agrupación (paréntesis, corchetes). Para resolverlos correctamente, se sigue un orden: primero los paréntesis de adentro hacia afuera, luego las multiplicaciones y divisiones, y finalmente las sumas y restas de izquierda a derecha.

3. Ecuaciones de Primer Grado en $\mathbb{Z}$

Una ecuación es una igualdad matemática que contiene una incógnita (generalmente representada por la letra x) cuyo valor debemos descubrir. Resolverla consiste en "despejar" la incógnita utilizando la transposición de términos (lo que está sumando pasa restando, lo que multiplica pasa dividiendo, etc.) hasta aislar la x .

4. Ecuaciones con planteamiento

Una ecuación con planteamiento (también conocida como problema de aplicación) es un proceso matemático en el cual una situación de la vida real o un acertijo expresado en lenguaje cotidiano (en palabras) se traduce a un lenguaje algebraico para formar una ecuación y así descubrir un valor desconocido.

5. Potenciación de Números Enteros

Es una multiplicación abreviada donde una base se multiplica por sí misma tantas veces como lo indique el exponente. Su ley de signos clave señala que si la base es negativa y el exponente es **par**, el resultado es positivo; si el exponente es **impar**, el resultado es negativo.

El Conjunto de los Números Naturales ($\mathbb{N}$), también pertenece a los números enteros positivos, ya que son todos aquellos positivos; El conjunto de los números naturales, denotado por la letra $\mathbb{N}$, representa la base numérica fundamental que utilizamos desde nuestra infancia para contar elementos de la naturaleza o de la vida cotidiana. Incluye a los números enteros positivos, comenzando por el uno y extendiéndose de forma infinita. Ejemplos de su uso diario son contar la cantidad de estudiantes en un aula (por ejemplo, 25 alumnos), indicar el orden de llegada en una competencia deportiva (primer lugar, segundo lugar).

4. Ecuaciones en $\mathbb{N}$ (Naturales)

Una ecuación es una igualdad matemática en la que aparece un valor desconocido llamado incógnita (representado habitualmente con la letra x).

- En el conjunto $\mathbb{N}$, tanto los números que intervienen en la operación como el resultado final (la solución de la incógnita) pertenecen exclusivamente a los números naturales ($\{1,2,3, \dots\}$ o a veces el 0).
- Ejemplo: $X + 3 = 8 \Rightarrow X = 5$ (El resultado 5 pertenece a $\mathbb{N}$).
- Representación en conjunto: $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,\dots\}$.
- Orden en $\mathbb{N}$: Se emplea para indicar qué cantidad es mayor o igual que otra utilizando la simbología:
 - $>$: Mayor que
 - $<$: Menor que
 - $\geq$: Mayor o igual que
 - $\leq$: Menor o igual que
 - $=$: Igual que

- Recta Real (o numérica): Es una línea recta en la que se ubican los números de manera ordenada a la misma distancia uno de otro, partiendo por lo general desde el cero hacia la derecha.

5. Operaciones Básicas en $\mathbb{N}$

- Adición o suma (+): Se aplica para ampliar, agrupar o juntar cantidades. (Ejemplo: $5 + 3 = 8$).
- Sustracción o resta (-): Se emplea para reducir, disminuir o quitar cantidades.
- Multiplicación o producto ($\times$): Es una suma abreviada que se emplea para ampliar cantidades. (Ejemplo: $25 \times 3 = 75$).
- División o cociente ($\div$): Se utiliza para repartir o simplificar en partes iguales. (Ejemplo: $25 \div 5 = 5$).

6. Operaciones Básicas Combinadas

Son expresiones donde se resuelven varias operaciones respetando una jerarquía o un orden específico:

1. Paréntesis () y corchetes [].
2. Multiplicaciones y divisiones.
3. Sumas y restas de izquierda a derecha.

7. Regla de Jerarquía de Operations

Para resolver operaciones combinadas, siempre debes seguir este orden estricto:

4. Signos de agrupación: paréntesis (), corchetes [] y llaves {} (se resuelven primero los más internos).
5. Multiplicaciones y divisiones: tienen mayor prioridad y se resuelven de izquierda a derecha.
6. Sumas y restas: son las últimas en resolverse, también de izquierda a derecha.

• Ejemplo resuelto en clase:

$$\begin{aligned} & 3 + 9(5 - 2) + (8 \div 2) \\ & = 3 + 9(3) + 4 \\ & = 3 + 27 + 4 = 34 \end{aligned}$$

Lista de algunas expresiones en lenguaje *algebraico* utilizadas en las ecuaciones:

Nº	Lenguaje Común (Oración)	Lenguaje Algebraico (Solución)
1	Un número cualquiera aumentado en siete.	$x + 7$
2	El doble de un número disminuido en tres.	$2x - 3$
3	El triple de un número aumentado en su doble.	$3x + 2x$
4	La suma de dos números consecutivos.	$x + (x + 1)$
5	El cuadrado de un número entero.	x^2
6	El antecesor de un número entero.	$x - 1$
7	El sucesor de un número natural.	$x + 1$
8	La diferencia entre un número y diez.	$x - 10$
9	El producto de dos números distintos.	$x \cdot y$
10	El cociente de dos números cualesquiera.	x / y
11	La mitad de un número disminuido en cinco.	$(x / 2) - 5$
12	El triple de la suma de un número y cuatro.	$3(x + 4)$
13	La suma de tres números consecutivos.	$x + (x + 1) + (x + 2)$
14	Un número par cualquiera (en los enteros).	$2n$
15	Un número impar cualquiera.	$2n + 1$
16	El cubo de un número aumentado en uno.	$x^3 + 1$
17	La suma de dos números diferentes.	$a + b$
18	El doble de la diferencia de dos números.	$2(x - y)$
19	Cinco veces un número disminuido en su mitad.	$5x - (x / 2)$
20	El cuadrado de la suma de dos números.	$(x + y)^2$
21	La suma de los cuadrados de dos números.	$x^2 + y^2$
22	El opuesto de un número entero.	$-x$
23	Tres menos el doble de un número.	$3 - 2x$
24	La tercera parte de un número aumentado en ocho.	$(x / 3) + 8$
25	El exceso de un número sobre quince.	$x - 15$
26	El cuádruple de un número entero negativo.	$4(-x)$ o $4x$ (con $x < 0$)
27	Dos números enteros cuya suma es cero.	$x + (-x) = 0$
28	El producto de un número y su sucesor.	$x(x + 1)$
29	El valor absoluto de un número entero.	$ x $
30	Un número que es cinco unidades menor que otro.	$y = x - 5$

Parte práctica.

$-3+7=$	$-8-(-5)=$	$(2)^3 =$	$(-4)^2 =$
$10-14=$	$14+6=$	$(-2)^2 =$	$(3)^3 =$
$-6-9=$	$-11-13= (9) \cdot (6)=$	$(-3)^3 =$	$(-5)^3 =$
$12+(-4)=$	$(-24) \div (-3)=$	$(5)^2$	$(-2)^5 =$
$-15+20=$	$(8) \cdot (-7)=$		
	$(-56) \div (8)=$		

Operaciones Combinadas: Resolver

- a. $5 - 2 \cdot [4 + 3 \cdot (2 - 5)] =$
- b. $-3 \cdot [-2 + 4 \cdot (-1 - 3) + 5] =$
- c. $12 + [-8 - 2 \cdot (6 - 9)] - 4 =$
- d. $\{-2 + 3 \cdot [5 - 2 \cdot (4 - 6)]\} - 10 =$
- e. $8 - \{4 + 2 \cdot [-3 - (5 - 7) + 1]\} =$
- f. $\{-5 \cdot [2 + (-3) \cdot (4 - 5) - 2]\} + 7 =$
- g. $15 + \{-3 \cdot [2 - 4 \cdot (-1 + 3)] + 6\} =$
- h. $\{-10 + 2 \cdot [-6 - (3 - 5 \cdot 2)]\} - 3 =$
- i. $4 \cdot \{3 - [-2 + 5 \cdot (1 - 4) - 2]\} =$
- j. $\{-7 - 2 \cdot [4 - 3 \cdot (2 - 5) + 1]\} + 12 =$

Resuelve cada una de las siguientes operaciones combinadas aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones (paréntesis, corchetes, llaves, multiplicaciones, divisiones, sumas y restas) y la ley de los signos.

- 1) $5 \times (-4) + [-12 \div (-3)] - (-8)$
- 2) $-[(-15 + 9) \times (-2)] + (-24) \div (-6)$
- 3) $4 \times (-3) - [(-8 + 2) \times (-5) - 10] \div (-2)$
- 4) $(-2) \times [(-5 + 1) \times (-3)] - (-18) \div (-3 + 1)$
- 5) $-[10 \div (-5) - 3 \times (-2)] + [-4 \times (-3 + 7)]$
- 6) $(-6) \times (-2) + [-14 \div (-7) \times (-3)] - (-5)$
- 7) $\{-3 + [(-8) \div 2 - (-5 \times 3)]\} \times (-2)$
- 8) $-[(-4 \times 5) + (-12 \div 4)] - [(-3) \times (-2 + 6)]$
- 9) $(-5) \times (-4) - \{-8 + [(-15) \div (-3) \times (-2)]\}$
- 10) $\{ [(-6 + 2) \times (-3)] \div (-4) \} - 7 \times (-2)$
- 11) $(-12) \div (-4) \times (-3) - [(-5 + 8) \times (-2)]$
- 12) $-[(-9 + 3) \div (-2)] + 4 \times [(-5) \times 2 - (-3)]$
- 13) $\{-2 \times [-4 + (-10 \div 2)]\} \div (-3) + 8$
- 14) $(-7) \times 3 - [(-16 \div 4) \times (-5) + (-9)]$

15) $-[(-3 \times 4) - (-18 \div 6)] \times (-2) + (-10)$

16) $\{ [(-20 + 8) \div (-4)] - (-6 \times 2) \} \div (-5)$

17) $(-8) \times (-3) \div (-6) - [(-14 + 5) \times (-2)]$

18) $-[(-5) \times (-4) + (-24 \div 8)] - \{ -3 \times (-2) \}$

19) $\{ [(-12 \div 3) \times (-5)] + (-15) \} \div (-5) \times 2$

20) $(-2) \times \{ -5 + [(-18 \div (-6)) \times (-4)] - (-9) \}$

ECUACIONES EN Z

1. $3x - 5 = 10$

2. $-2x + 8 = -4$

3. $5x + 3 = 2x + 15$

4. $4x - 7 = x + 8$

5. $-6(2x - 4) = 5(3x - 6)$

6. $3(x - 1) + 2(x - 2) = 6$

7. $4(x + 2) - 3(x - 1) = 2(x + 5)$

8. $-2(3x + 1) = 4(x - 3) + 6$

9. $5(2x - 3) - 2(x + 4) = 3(x - 2) + 1$

10. $3(x - 2) + 2(x - 1) - 7 = 3(2x + 3) - 4x$

ECUACIONES CON PLANTEAMIENTO

Ejercicio 1: Un número aumentado en 5 es igual a 12. Plantea la ecuación.

Ejercicio 2: El doble de un número es igual a 18. Plantea la ecuación.

Ejercicio 3: Un número disminuido en 4 es igual a 7. Plantea la ecuación.

Ejercicio 4: La mitad de un número es igual a 6. Plantea la ecuación.

Ejercicio 5: El triple de un número aumentado en 5 es igual a 20. Plantea la ecuación.

Ejercicio 6: El cuádruple de un número disminuido en 4 es igual a 16. Plantea la ecuación.

Ejercicio 7: La suma de dos números consecutivos es igual a 15. Plantea la ecuación.

Ejercicio 8: Un número excedido en 3 es igual al doble de un número menos 7. Plantea la ecuación.

Ejercicio 9: La suma de tres números consecutivos es igual a un número multiplicado por 5 disminuido en 4. Plantea la ecuación.

Ejercicio 10: El triple de un número disminuido en 4 es igual a la suma de dos números consecutivos aumentada en 10. Plantea la ecuación.

Ejercicio 11: El cuádruple de un número disminuido en 4 es igual al triple de un número aumentado en 5. Plantea la ecuación.

Ejercicio 12: La suma de tres números consecutivos es igual al doble de un número excedido en 3. Plantea la ecuación.

Ejercicio 13: El triple de un número menos 7 es igual a la mitad de un número aumentada en 10. Plantea la ecuación.

Ejercicio 14: La suma de dos números consecutivos restada de 10 es igual a un número multiplicado por 5 disminuido en 4. Plantea la ecuación.

Ejercicio 15: El doble de un número aumentado en 5 es igual a la suma de tres números consecutivos menos 4. Plantea la ecuación.

15 Enunciados de Ecuaciones

1. El doble del dinero de Juan más \$15 es igual a \$75. ¿Cuánto dinero tiene Juan? (Ecuación: $2x + 15 = 75$)

2. Si al triple de la edad de Valeria se le restan 8 años, el resultado es 34 años. ¿Cuál es la edad de Valeria? (Ecuación: $3x - 8 = 34$)

3. En un estacionamiento hay cierta cantidad de autos. Si llegan 27 autos más, el total sería de 82 autos. ¿Cuántos autos había inicialmente? (Ecuación: $x + 27 = 82$)

4. Un repartidor distribuye una caja de mascarillas en 4 farmacias en partes iguales. Si cada farmacia recibió 25 mascarillas, ¿cuántas mascarillas había en la caja? (Ecuación: $x / 4 = 25$)

5. La suma de tres números naturales consecutivos es igual a 45. Encuentra dichos números. (Ecuación: $x + (x + 1) + (x + 2) = 45$)

6. Un granjero tenía 150 gallinas. Después de vender un grupo de ellas a un vecino, le quedaron 84 gallinas. ¿Cuántas gallinas vendió? (Ecuación: $150 - x = 84$)

7. El quíntuple de figuritas que tiene Mateo equivale a tener el triple de sus figuritas más 24. ¿Cuántas figuritas tiene Mateo? (Ecuación: $5x = 3x + 24$)

8. Por la compra de 4 cuadernos idénticos y un lápiz de \$2, una persona paga un total de \$18. ¿Cuánto cuesta cada cuaderno? (Ecuación: $4x + 2 = 18$)

9. Si a la mitad de los caramelos que tiene una bolsa se le suman 10 caramelos más, se obtienen 35 caramelos en total. ¿Cuántos caramelos tenía la bolsa originalmente? (Ecuación: $x / 2 + 10 = 35$).

-
- 10.** Un tanque de agua se vacía a un ritmo constante. Si tenía 600 litros y después de unas horas pierde cierta cantidad quedando en 250 litros, ¿cuántos litros se vaciaron? (Ecuación: $600 - x = 250$)
- 11.** La diferencia entre el séptuple de un número natural y 14 es igual a 35. ¿Cuál es ese número? (Ecuación: $7x - 14 = 35$)
- 12.** En una tienda, el precio de una mochila es el doble que el de una cartuchera. Si compramos ambos artículos por un total de \$36, ¿cuál es el precio de la cartuchera? (Ecuación: $2x + x = 36$)
- 13.** Un maestro compra 6 paquetes de tizas. Al abrir 15 tizas sueltas adicionales que tenía guardadas, cuenta en total 135 tizas. ¿Cuántas tizas vienen en cada paquete? (Ecuación: $6x + 15 = 135$)
- 14.** El papá de Andrés tiene 42 años, lo cual equivale a 4 veces la edad de Andrés más 2 años. ¿Qué edad tiene Andrés? (Ecuación: $4x + 2 = 42$)
- 15.** Si dividimos la cantidad de páginas de un libro entre 5 y luego le sumamos 12, el resultado es 52. ¿Cuántas páginas tiene el libro? (Ecuación: $x / 5 + 12 = 52$)