6.1. Definiciones preliminares

> *La hipérbola se define como el lugar geométrico de los puntos del plano tales que la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos F_1 y F_2, llamados* ***focos***, *es constante. Así, el punto $P(x, y)$ pertenece a la hipérbola si $d(P, F_1) - d(P, F_2) = 2a$ o $d(P, F_2) - d(P, F_1) = 2a$ donde a es un número real positivo (figura 85).*

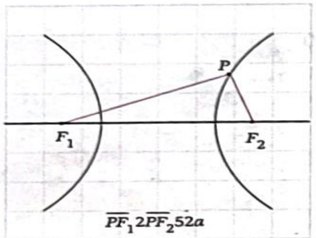
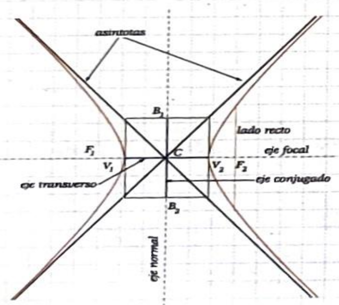


Figura 85



6.1.1. Elementos de la hipérbola

Además de los dos focos, una hipérbola se caracteriza por los siguientes elementos (*figura 86*):

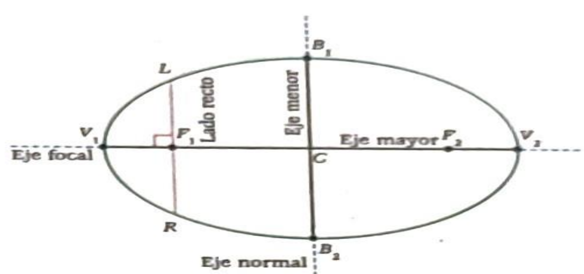
- **El eje focal** es la recta que contiene a los dos focos.
- **Los vértices** V_1 y V_2 son los puntos de intersección de la hipérbola con el eje focal.
- **El eje transverso** $\overline{V_1V_2}$ es el segmento que une los dos vértices.
- **El centro *C*** es el punto medio del eje transverso.
- **El eje normal** es la recta perpendicular al eje focal que pasa por el centro de la hipérbola.
- **El eje conjugado** $\overline{B_1B_2}$ es un segmento perpendicular al eje transverso que pasa por el centro de la hipérbola y cuyo punto medio coincide con dicho centro.
- **El lado recto** es el segmento perpendicular al eje focal que pasa por el foco y cuyos extremos pertenecen a la hipérbola.
- **Las asíntotas** son dos rectas a las cuales se aproximan las ramas de la hipérbola, al extenderse indefinidamente.

5.1. Definiciones preliminares

> *La elipse se define como el lugar geométrico de los puntos del plano tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos F_1 y F_2, llamados* ***focos***, *es constante. Así, el punto $P(x, y)$ pertenece a la elipse si $d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$ donde a es un número real positivo (figura 74).*

5.1.1. Elementos de la elipse

Además de los dos focos, en la elipse se distinguen los siguientes elementos: eje principal o eje focal, vértices, eje mayor, centro, eje normal o eje secundario, eje menor y lado recto.



- **El eje principal o eje focal** es la recta que contiene los dos focos.
- **Los vértices** V_1 y V_2 son los puntos de intersección de la elipse con el eje focal.
- **El eje mayor** $\overline{V_1V_2}$ es el segmento que une los dos vértices.
- **El centro *C*** es el punto medio del eje mayor.
- **El eje normal o eje secundario** es la recta perpendicular al eje focal que pasa por el centro de la elipse.
- **El eje menor** $\overline{B_1B_2}$ es el segmento que une los puntos de intersección de la elipse con el eje normal.
- **El lado recto** es el segmento perpendicular al eje focal que pasa por el foco y cuyos extremos pertenecen a la elipse.

* Ecuación canónica de la parábola con Vertice en (0,0) y eje de Simetría en el eje x.

$\Rightarrow y^2 = 4px.$

* Ecuación Canónica de la Parábola con Vertice en (0,0) y eje de Simetría en el eje y

$\Rightarrow x^2 = 4py.$

* Ecuación Canónica de la Parábola con Vertice en (h, k) y eje de Simetría paralelo al eje x

$\Rightarrow (y-k)^2 = 4p(x-h)$ Donde p es la distancia del Vertice al foco

** Si $p>0$ la parábola abre hacia la derecha.
** Si $p<0$ la parábola abre hacia la izquierda

* Ecuación Canónica de la Parábola con Vertice en (h, k) y eje de Simetría paralelo al eje y

$\Rightarrow (x-h)^2 = 4p(y-k)$ Donde p es la distancia del Vertice al foco.

** Si $p>0$ la parábola abre hacia arriba
** Si $p<0$ la parábola abre hacia abajo.

* Ecuación General de la Parábola.

$$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$$

Con $A\neq 0$; $B\neq 0$; $C\neq 0$.

⇒ CASO 1: Eje de Simetría paralelo al eje x.

$$y^2+Dx+Ey+F=0 \Rightarrow y^2-4px-2ky+k^2+4ph=0$$

Donde.

$D=-4p$; $E=-2k$; $F=k^2+4ph$.

⇒ CASO 2: Eje de Simetría paralelo al eje y.

$$x^2-2hx-4py+h^2+4pk=0 \Rightarrow x^2+Dx+Ey+F=0$$

Donde.

$D=-2h$; $E=-4p$; $F=h^2+4pk$.

NOTA: La ecuación general de la parábola con Vertice en (h,k) para la cual la distancia del Vertice al foco es $|p|$

* Ecuación Canónica de la elipse con Centro en $(0,0)$ focos $F_1(-c,0)$ y $F_2(c,0)$ Vertices $V_1(-a,0)$ y $V_2(a,0)$ e interceptos con el eje y $B_1(0,b)$ y $B_2(0,-b)$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad \text{donde } a>b>0 \text{ y } a^2=b^2+c^2.$$

* Ecuación Canónica de la elipse con centro en (h,K) y eje focal parálelo al eje x.

$$\Rightarrow \frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-K)^2}{b^2}=1 \quad \text{donde } a>b>0 \text{ y } a^2=b^2+c^2$$

* Ecuación Canónica de la elipse con centro en (h,K) y eje focal parálelo al eje y.

$$\Rightarrow \frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-K)^2}{a^2}=1 \quad \text{donde } a>b>0 \text{ y } a^2=b^2+c^2$$

* Ecuación general de la elipse

$$Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$$

Donde $A\neq B$; Diferentes de Cero y con el mismo signo

* Ecuación Canónica de la hipérbola con centro en (0,0) con focos $F_1(-c;0)$ y $F_2(c,0)$ Vertices $V_1(-a,0)$ y $V_2(a,0)$

$\Rightarrow \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ donde $a>0$, $b>0$, $c>0$ y $c>a$

$a^2+b^2=c^2$.

* Ecuación Canónica de la hipérbola con centro (h,k)

$\Rightarrow \dfrac{(x-h)^2}{a^2}-\dfrac{(y-k)^2}{b^2}=1$ donde $a>0$; $b>0$; $c>0$ y $c>a$.

$a^2+b^2=c^2$.

Con eje focal paralelo al eje x

$\Rightarrow \dfrac{(y-k)^2}{a^2}-\dfrac{(x-h)^2}{b}=1$ donde $a>0$; $b>0$; $c>0$ y $c>a$

$a^2+b^2=c^2$.

Con eje focal paralelo al eje y.

* Ecuación general de la hipérbola

$\Rightarrow \dfrac{(x-h)^2}{a^2}-\dfrac{(y-k)^2}{b^2}=1 \Rightarrow Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F=0$

Con A y C diferentes de cero y de signos opuestos.