Potenciación en $\mathbb{R}$ con base negativa

Cuando la base a es negativa, se consideran dos casos:

$(-a)^n = a^n$, si el exponente es un entero par.

$(-a)^n = -a^n$, si el exponente es un entero impar.

Ejemplos

a) $(-\pi)^4 = \pi^4$

b) $\left(-\frac{\pi}{a}\right)^7 = -\frac{\pi^7}{a^7}$

c) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^5 = -\frac{(\sqrt{2})^5}{32}$

d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} = (-3)^3 = -27$

e) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$

f) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{4}{9}$

g) $(-1)^{-5} = -1$

h) $\left(-\frac{7}{\sqrt{3}}\right)^{-2} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{7}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{7}\right)^2$

Salud y ambiente

Crecimiento bacterial

Las bacterias son microorganimos que crecen rápidamente y cuyo crecimiento puede expresarse en forma de potencia. Debido a su rápida reproducción, un foco de infección bacteriano, debe atenderse de inmediato para frenar el crecimiento bacterial y evitar que la persona afectada pueda ser víctima mortal de la infección.

Actividades

Para realizar en el cuaderno

1 **Expresa** cada multiplicación en forma de potencia.

a) $\frac{7}{5} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{7}{5} =$

b) $(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1) =$

c) $\left(-\frac{1}{\pi}\right)\left(-\frac{1}{\pi}\right)\left(-\frac{1}{\pi}\right)\left(-\frac{1}{\pi}\right)\left(-\frac{1}{\pi}\right) =$

d) $(3 + \pi)(3 + \pi)(3 + \pi)(3 + \pi)(3 + \pi)(3 + \pi) =$

e) $\left(-\frac{\sqrt{7}}{\pi}\right)\left(-\frac{\sqrt{7}}{\pi}\right)\left(-\frac{\sqrt{7}}{\pi}\right)\left(-\frac{\sqrt{7}}{\pi}\right)\left(-\frac{\sqrt{7}}{\pi}\right)\left(-\frac{\sqrt{7}}{\pi}\right)\left(-\frac{\sqrt{7}}{\pi}\right) =$

f) $\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{2}{3}\right) =$

2 **Desarrolla** las potencias.

a) $(-\sqrt{5})^5 =$

b) $\left(\frac{2}{\pi}\right)^4 =$

c) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 =$

d) $(-7)^3 =$

e) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-4} =$

f) $(1{,}2)^{-2} =$

g) $-0{,}3^{-3} =$

h) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} =$

i) $\left(-\frac{\sqrt{7}}{3}\right)^{-1} =$

j) $\left(-\frac{\pi}{\sqrt{3}}\right)^8 =$

k) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} =$

l) $(7 + \sqrt{7})^{-7} =$

3 **Señala** si las siguientes expresiones son correctas o incorrectas y **justifica** tu respuesta.

a) $(-1)^{-2} = 1^{-2}$

b) $\pi^3 > (-\pi)^3$

c) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-1} < -\frac{2}{5}$

d) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

Potenciación en $\mathbb{R}$ con exponente entero

Actívate

Piensa en un número real y multiplícalo por sí mismo cinco veces. ¿Cómo expresarías el resultado en forma de potencia?

Potenciación en R con exponente entero

Sea a un número real y n un número entero. Entonces a^n se define como el producto de a por sí mismo n veces. El resultado b también es un número real. Esto es:

$$\text{Base} \longrightarrow \overset{\text{Exponente}\downarrow}{a^n} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{(n \text{ veces})} = b \longleftarrow \text{Potencia}$$

Por ejemplo, $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}$.

Potenciación en R con exponente natural

En la potenciación en $\mathbb{R}$, cuando el exponente n es un número natural, se tiene lo siguiente: $a^n = a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ (n veces), si $n \geq 2$; $a^1 = a$ y $a^0 = 1$, si $a \neq 0$.

Ejemplos

a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$

b) $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} - 1) = (\sqrt{5} - 1)^3$

c) $(-\sqrt{3})(-\sqrt{3})(-\sqrt{3}) = (-\sqrt{3})^3$

d) $\left(\frac{\sqrt{5} - 3}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5} - 3}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5} - 3}{2}\right) = \frac{(\sqrt{5} - 3)^2}{4}$

e) $-1{,}5^1 = -1{,}5$

f) $\left(\frac{4}{3}\right)^0 = 1$

Potenciación con exponente entero negativo

En la potenciación en $\mathbb{R}$, cuando el exponente n es un número entero negativo, se tiene que: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$. Es decir:

$$a^{-n} = a^{(-1)\cdot n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \overbrace{\left(\frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{a}\right) \cdot \ldots \cdot \left(\frac{1}{a}\right)}^{(n \text{ veces})} = \frac{1}{a^n} \text{ donde } a \in \mathbb{R}^*$$

También se tiene que $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.

Ejemplos

a) $(1 - \sqrt{3})^{-2} = \frac{1}{(1-\sqrt{3})^2}$

b) $(\sqrt{3})^{-5} = \frac{1}{(\sqrt{3})^5}$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{8}$

d) $\left(\frac{1}{\pi}\right)^{-4} = \pi^4$

e) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{-3} = (\sqrt{5})^3$

f) $\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^{-6} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^6$

g) $\left(\frac{7}{3}\right)^4 = \left(\frac{3}{7}\right)^4$

h) $3{,}3^{-5} = \frac{1}{3{,}3^5}$

Multiplicaciones y divisiones combinadas con signos de agrupación

Actívate

¿Las reglas de los signos de la multiplicación y de la división son iguales?

Multiplicaciones y divisiones combinadas con signos de agrupación

Para efectuar operaciones combinadas con signos de agrupación, primero se deben efectuar las que están dentro de los signos más internos hasta llegar a los externos. Algunas expresiones se pueden simplificar sin necesidad de evaluarlas con aproximaciones.

Ejemplos

a) $64{,}348\ldots \cdot (\pi \div 0{,}412) \approx 64{,}35 \cdot (3{,}14 \div 0{,}41)$

$64{,}348\ldots \approx 64{,}35$

$\pi \approx 3{,}14$

$0{,}412 \approx 0{,}41$

$$\begin{aligned} &= 64{,}35 \cdot 7{,}65 \\ &= 492{,}277\,5 \\ &\approx 492{,}28 \end{aligned}$$

b) $\pi \cdot \left[\sqrt{3} \div (\sqrt{2} \div 2)\right] \approx 3{,}14 \cdot \left[1{,}73 \div (1{,}41 \div 2)\right]$

$\pi \approx 3{,}14$

$\sqrt{3} \approx 1{,}73$

$\sqrt{2} \approx 1{,}41$

$$\begin{aligned} &= 3{,}14 \cdot \left[1{,}73 \div 0{,}705\right] \\ &\approx 3{,}14 \cdot 2{,}45 \\ &= 7{,}693 \\ &\approx 7{,}69 \end{aligned}$$

c) $\left[2{,}\overline{1} \cdot (3{,}\overline{12} \div 1{,}6)\right] \div 4{,}41 \approx \left[2{,}11 \cdot (3{,}12 \div 1{,}6)\right] \div 4{,}41$

$2{,}\overline{1} \approx 2{,}11$

$3{,}\overline{12} \approx 3{,}12$

$$\begin{aligned} &= \left[2{,}11 \cdot 1{,}95\right] \div 4{,}41 \\ &= 4{,}114\,5 \cdot 4{,}41 \\ &\approx 0{,}93 \end{aligned}$$

d) $34{,}\overline{59} \div \left[12{,}4\overline{3} \cdot (\sqrt{2} \div 3)\right] = 34{,}60 \div \left[12{,}43 \cdot (1{,}41 \div 3)\right]$

$34{,}\overline{59} \approx 34{,}60$

$12{,}4\overline{3} \approx 12{,}43$

$\sqrt{2} \approx 1{,}41$

$$\begin{aligned} &= 34{,}60 \div \left[12{,}43 \cdot 0{,}47\right] \\ &= 34{,}60 \div 5{,}842\,1 \\ &\approx 5{,}92 \end{aligned}$$

e) $\sqrt{2} \div \left(\sqrt{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi\right) = \sqrt{2} \cdot \left(\sqrt{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi\right)^{-1}$

$\pi \approx 3{,}14$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2} \cdot (\sqrt{2})^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \pi^{-1} \\ &= 1 \cdot 3 \cdot \frac{1}{\pi} \\ &\approx 0{,}96 \end{aligned}$$

Diversidad cultural

Miguel Cabrera

Beisbolista venezolano, nacido en Maracay. Juega en las Grandes Ligas de Béisbol desde el año 2003. Tiene una trayectoria beisbolística extraordinaria. Entre sus logros destaca el hecho de convertirse en el tercer pelotero más joven en imp[illegible]lsar 500 carreras, y s[illegible] convirtió en el te[illegible]er jugador más jov[illegible] en llegar a las 100 i[illegible]ul-sadas o más en [illegible]atro temporadas seg[illegible]as. En el año 2011 o[illegible]tuvo un average de ba[illegible]eo de .344. Este nú[illegible]ero se obtiene al div[illegible]ir el número de hits conectados entre la cantidad de turnos al bate oficiales.

División en $\mathbb{R}$

Actívate

¿Qué nombre reciben los elementos de una división entre dos números?

División en R

La división es una operación en la que a cada par de números reales a y b (con $b \neq 0$), llamados respectivamente dividendo y divisor, le corresponde otro número real llamado cociente de a y b, que se denota como a/b, $\frac{a}{b}$ o $a \div b$.

La división puede definirse a partir del inverso para la multiplicación, como sigue: $a \div b = a \cdot b^{-1}$. Por lo tanto, si $a \in R$ y $b \in R^*$, la división $a \div b$ se define como:

$$a \div b = \frac{a}{b} = \frac{a \cdot 1}{b} = a \cdot \frac{1}{b} = a \cdot b^{-1}$$

La división en el conjunto R extiende la división ya conocida en el conjunto Q de los números racionales. De hecho para dividir dos números reales con expresión decimal limitada, se procede de la manera ya conocida.

Si la expresión decimal del dividendo, la del divisor o ambas son ilimitadas, entonces se utilizan aproximaciones.

Ejemplos

a) $\pi \div \sqrt{2} \approx 3{,}14 \div 1{,}41$

$\pi \approx 3{,}14$
$\sqrt{2} \approx 1{,}41$

$3{,}14 \div 1{,}41 = 314 \div 141$ multiplicación de ambos términos por 100

$$\begin{array}{rl} 3\,1\,3' & \underline{|1\,4\,1} \\ 3\,2\,0 & 2,\,2\,2 \\ 3\,8\,0 & \\ 9\,8 & \end{array}$$

$\to \pi \div \sqrt{2} \approx 2{,}22$

b) $5{,}624 \div 32{,}\overset{\frown}{3} \approx 5{,}624 \div 32{,}33$

$5{,}624 \approx 5{,}62$
$32{,}\overset{\frown}{3} \approx 32{,}33$

$5{,}62 \div 32{,}33 = 562 \div 3\,233$ multiplicación de ambos términos por 100

$$\begin{array}{rl} 5\,6\,2'\,0 & \underline{|3\,2\,3\,3} \\ 2\,3\,8\,7\,0 & 0,\,1\,7 \\ 1\,2\,4\,9 & \end{array}$$

$\to 5{,}624 \div 32{,}\overset{\frown}{3} \approx 0{,}17$

c) $(-\sqrt{5}) \div \pi \approx -2{,}236 \div 3{,}142$

$\sqrt{5} \approx 2{,}236$
$\pi \approx 3{,}142$

$2{,}236 \div 3{,}142 = 2\,236 \div 3\,142$ multiplicación de ambos términos por 1 000

$$\begin{array}{rl} 2\,2\,3\,6'\,0 & \underline{|3\,1\,4\,2} \\ 3\,6\,6\,0 & 0,\,7\,1\,1 \\ 0\,5\,1\,8\,0 & \\ 2\,0\,3\,8 & \end{array}$$

$\to (-\sqrt{5}) \div \pi \approx -0{,}711$

d) $(-27{,}17\overset{\frown}{2}) \div \pi \approx 27{,}17 \div 3{,}14$

$27{,}17\overset{\frown}{2} \approx 27{,}17$
$\pi \approx 3{,}14$

$27{,}12 \div 3{,}14 = 2\,712 \div 314$ multiplicación de ambos términos por 100

$$\begin{array}{rl} 2\,7\,1\,7' & \underline{|3\,1\,4} \\ 2\,0\,5\,0 & 8,\,6\,5 \\ 1\,6\,6\,0 & \\ 9\,0 & \end{array}$$

$\to -27{,}17\overset{\frown}{2} \div \pi \approx -8{,}65$

Multiplicación en $\mathbb{R}$ y sus propiedades

ACTÍVATE

¿Cuál es el elemento neutro para la multiplicación en Q? ¿Será el mismo para la multiplicación en R? ¿Por qué?

Multiplicación en $\mathbb{R}$

La multiplicación es una operación en la que a cada par de números reales a y b, llamados factores, le corresponde otro número real llamado producto de a y b, que se denota como $a \cdot b$.

La multiplicación en el conjunto R extiende la multiplicación ya conocida en el conjunto Q de los números racionales por tanto cumple las mismas propiedades.

EJEMPLO

$\sqrt{2} \cdot \pi \approx 1{,}41 \cdot 3{,}14$

$$\begin{array}{r} 1{,}41 \\ \times \quad 3{,}14 \\ \hline 564 \\ 141 \\ + \quad 423 \\ \hline 4{,}4274 \end{array}$$

$\sqrt{2} \approx 1{,}41$

$\pi \approx 3{,}14$

$\rightarrow \sqrt{2} \cdot \pi \approx 4{,}4274$

Propiedades de la multiplicación en $\mathbb{R}$

En la multiplicación en R se cumplen las mismas propiedades de la multiplicación en Q, a saber la propiedad conmutativa, la asociativa, la existencia del elemento neutro y del elemento inverso. Además, se cumple la propiedad distributiva.

- **Conmutativa**. El orden de los factores no influye sobre el producto, es decir:

$$a \cdot b = b \cdot a \text{ para todo } a \text{ y } b \in \mathbf{R}$$

EJEMPLOS

a) $5 \cdot 7 = 7 \cdot 5$ **b)** $\pi \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot \pi$

- **Elemento neutro**. El número 1 es neutro para la multiplicación pues se cumple que:

$$a \cdot 1 = a \text{ para todo } a \in \mathbf{R}$$

EJEMPLOS

a) $\sqrt{5} \cdot 1 = \sqrt{5}$ **b)** $1 \cdot \frac{3}{2}\pi = \frac{3}{2}\pi$

- **Elemento inverso**. Todo número real a diferente de 0 tiene un inverso que se denota como a^{-1} y se cumple que:

$$a \cdot a^{-1} = a \cdot \frac{1}{a} = \frac{a}{a} = 1 \text{ para todo } a \in \mathbf{R}^*$$

EJEMPLOS

a) $5 \cdot 5^{-1} = 5 \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1$ **b)** $\pi \cdot \pi^{-1} = \pi \cdot \frac{1}{\pi} = \frac{\pi}{\pi} = 1$

ZOOM

Conmutatividad

En virtud de la propiedad conmutativa se cumple que $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$ para todo $a \in \mathbf{R}$ y $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = 1$ para todo $a \in \mathbf{R}$, con $a \neq 0$.

Adiciones y sustracciones combinadas

Actívate

¿Qué papel cumplen los paréntesis, los corchetes y las llaves en las adiciones y sustracciones combinadas?

Adiciones y sustracciones combinadas sin signos de agrupación

Las adiciones y sustracciones combinadas, sin signos de agrupación, se ejecutan ordenadamente de izquierda a derecha.

Otra forma de proceder, consiste en hallar la suma, por un lado, de todos los términos positivos y, por el otro, de todos los términos negativos y finalmente hallar la suma algebraica de ambos resultados.

Ejemplos

a) $\pi - 3 + \sqrt{2} + 1{,}23 - \frac{1}{3} \approx 3{,}14 - 3 + 1{,}41 + 1{,}23 - \frac{1}{3}$

$\pi \approx 3{,}14$

$\sqrt{2} \approx 1{,}41$

$\frac{10}{3} \approx 3{,}33$

$$= \underbrace{(3{,}14 + 1{,}41 + 1{,}23)}_{5{,}78} + \underbrace{\left(-3 - \frac{1}{3}\right)}_{-\frac{10}{3}}$$

$$= 5{,}78 - 3{,}33$$

$$\approx 2{,}45$$

b) $4{,}46 - 2 - \sqrt{3} + \frac{1}{5} + \sqrt{5} - \frac{1}{4} - \frac{5}{3} \approx 4{,}46 - 2 - 1{,}73 + 0{,}2 + 2{,}24 - 0{,}25 - 1{,}67$

$\sqrt{3} \approx 1{,}73$

$\sqrt{5} \approx 2{,}24$

$\frac{5}{3} \approx 1{,}67$

$\frac{1}{5} = 0{,}2$

$\frac{1}{4} = 0{,}25$

$$= 2{,}46 - 1{,}73 + 0{,}2 + 2{,}24 - 0{,}25 - 1{,}67$$

$$= 0{,}73 + 0{,}2 + 2{,}24 - 0{,}25 - 1{,}67$$

$$= 0{,}93 + 2{,}24 - 0{,}25 - 1{,}67$$

$$= 3{,}17 - 0{,}25 - 1{,}67$$

$$= 2{,}92 - 1{,}67$$

$$= 1{,}25$$

c) $4{,}46 - 2 - \sqrt{3} + \frac{1}{5} + \sqrt{5} - \frac{1}{4} - \frac{5}{3} \approx 4{,}46 - 2 - 1{,}73 + 0{,}2 + 2{,}24 - 0{,}25 - 1{,}67$

$$= 4{,}46 + 0{,}2 + 2{,}24 - 2 - 1{,}73 - 0{,}25 - 1{,}67$$

$$= \underbrace{4{,}46 + 0{,}2 + 2{,}24}_{6{,}9} - \underbrace{(2 + 1{,}73 + 0{,}25 + 1{,}67)}_{5{,}65}$$

$$= 6{,}9 - 5{,}65$$

$$= 1{,}25$$

En los ejercicios b) y c) se observa que se obtiene el mismo resultado a pesar de que se usaron procedimientos diferentes para hacer el mismo cálculo.

Propiedades de la potenciación en $\mathbb{R}$ con exponente entero

ACTÍVATE

¿Cómo calcularías el resultado de una potencia cuya base es otra potencia?

Multiplicación de potencias de igual base

Para multiplicar potencias de igual base, se coloca la misma base y se halla la suma de los exponentes. Si $m, n \in \mathbf{Z}$ y $a \in \mathbf{R}^*$ entonces: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

EJEMPLOS

a) $\pi^3 \cdot \pi^4 = \pi^{3+4} = \pi^7$

b) $(\sqrt{2})^{-5}(\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2})^{-5+3} = (\sqrt{2})^{-2} = \frac{1}{(\sqrt{2})^2}$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^6(\sqrt{13})^{13}\left(\frac{1}{2}\right)^{-6}(\sqrt{13})^{-11} = \left(\frac{1}{2}\right)^{6-7}(\sqrt{13})^{13-11} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}(\sqrt{13})^2 = 2 \cdot (\sqrt{13})^2$

División de potencias de igual base

Para dividir potencias de igual base, se coloca la misma base y se calcula la diferencia entre los exponentes. Si $m, n \in \mathbf{Z}$ y $a \in \mathbf{R}^*$ entonces: $a^m \div a^n = a^{m-n}$.

La división también puede escribirse como una fracción, así: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$.

EJEMPLOS

a) $\frac{(-\pi)^{-2}}{(-\pi)^3} = (-\pi)^{-2-3} = (-\pi)^{-5} = -\frac{1}{\pi^5}$

b) $\frac{(\sqrt{3})^5}{(\sqrt{3})^8} = (\sqrt{3})^{5-8} = (\sqrt{3})^{-3} = \frac{1}{(\sqrt{3})^3}$

c) $\frac{(\pi+\sqrt{2})^{-8}}{(\pi+\sqrt{2})^{-11}} = (\pi+\sqrt{2})^{-8-(-11)} = (\pi+\sqrt{2})^{-8+11} = (\pi+\sqrt{2})^3$

Potencia de un producto

La potencia de un producto es igual al producto de las potencias.
Esto es: si $n \in \mathbf{Z}$ y $a, b \in \mathbf{R}^*$ entonces $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.

EJEMPLOS

a) $(3\sqrt{5})^3 = 3^3 \cdot (\sqrt{5})^3 = 27 \cdot (\sqrt{5})^3$

b) $(-\pi\sqrt{2})^3 = -(\pi\sqrt{2})^3 = -\pi^3 \cdot (\sqrt{2})^3$

c)
$$\begin{aligned}(-2)^{10} \cdot (-5)^{12} &= (-2)^{10} \cdot (-5)^{10+2} \\ &= (-2)^{10} \cdot (-5)^{10} \cdot (-5)^2 \\ &= (2^{10} \cdot 5^{10}) \cdot 5^2 \\ &= (2 \cdot 5)^{10} \cdot 5^2 \\ &= 10^{10} \cdot 5^2 \\ &= 25 \cdot 10^{10} = 250\,000\,000\,000\end{aligned}$$

Potencia de una potencia

Para elevar una potencia a otra potencia, se coloca la misma base y se multiplican los exponentes. Si $a \in \mathbb{R}^*$ y $m, n \in \mathbb{Z}$, entonces $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.

EJEMPLOS

a) $[(-3)^{-2}]^{-3} = (-3)^{(-2)\cdot(-3)} = (-3)^6 = 3^6 = 729$

b) $[(\sqrt{2})^{-1}]^{-3} = (\sqrt{2})^{(-1)\cdot(-3)} = (\sqrt{2})^3$

c) $[(\sqrt{3}+1)^{-5}]^2 = (\sqrt{3}+1)^{(-5)\cdot 2} = (\sqrt{3}+1)^{-10} = \frac{1}{(\sqrt{3}+1)^{10}}$

Potencia de un cociente

La potencia de un cociente es igual al cociente de la potencia del numerador entre la potencia del denominador. Esto es: si $n \in \mathbb{Z}$ y $a, b \in \mathbb{R}^*$ entonces $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

EJEMPLOS

a) $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3 = \frac{(\sqrt{2})^3}{(\sqrt{3})^3}$

b) $\left[-\frac{(\pi+15)}{2}\right]^{-2} = \left[-\frac{2}{(\pi+15)}\right]^2 = \frac{2^2}{(\pi+15)^2} = \frac{4}{(\pi+15)^2}$

c) $\left(\frac{1}{45}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{45}\right)^{-3} = 45^3$

Actividades Para realizar en el cuaderno

1 **Aplica** las propiedades de la potencia en las siguientes operaciones y **expresa** los resultados con exponentes positivos.

a) $\pi^5 \cdot \pi^{-12} \cdot \pi^3 =$

b) $(5\sqrt{3})^2 =$

c) $\frac{(1+\sqrt{3})^0(1+\sqrt{3})^2}{(1+\sqrt{3})^{-4}} =$

d) $[(-3)^{-2} \cdot \pi^2]^{-1} =$

e) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^{-1} =$

f) $\frac{(\pi-\sqrt{3})^3}{(\pi-\sqrt{3})^2} =$

g) $[(3\pi)^{-1}]^2 =$

h) $[(7-\pi)(\pi+2)^{-2}]^{-10} =$

i) $\frac{(b^3 \cdot x^8 \cdot b^2)^2}{x^8 \cdot b^5} =$

j) $(-2\sqrt{2})^2 \cdot (3\sqrt{2})^{-3} \cdot (-\sqrt{2}) =$

k) $[(\sqrt{3} \cdot 2^{15} \cdot \pi^{-6})^5]^3 =$

l) $\frac{(1-\sqrt{3})^7}{(1-\sqrt{3})^8} =$

Pensamiento crítico

Luis efectúa en la pizarra del salón el siguiente ejercicio propuesto por su profesora de matemática:

$$\frac{(3\sqrt{5})^5}{[(\pi^0\cdot(\sqrt{5})^{-7}\cdot 3]^{-2}} = \frac{3^5\cdot(\sqrt{5})^5}{(\pi^0)^{-2}\cdot[(\sqrt{5})^{-7}]^{-2}\cdot 3^{-2}} = \frac{3^5\cdot(\sqrt{5})^5}{1\cdot(\sqrt{5})^{14}\cdot 3^{-2}} = \frac{3^7}{\sqrt{5^9}}.$$

Realiza lo que te pide y **responde**.

a) Justifica qué propiedades de la potenciación en R aplicó Luis para efectuar el ejercicio.

b) ¿Consideras beneficioso practicar ejercicios en la pizarra del salón? ¿Por qué?