Ecuaciones en $\mathbb{N}$

Actívate

¿Cómo se puede saber la cantidad que se debe colocar a cada lado de una balanza para mantener su equilibrio?

Igualdades

Una igualdad representa la relación entre expresiones que tienen el mismo valor. Para expresar una igualdad se utiliza el signo igual (=). Por ejemplo:

Igualdades numéricas	Igualdades algebraicas
	
4 kg adicionados con 3 kg es igual 7 kg; es decir, $4 + 3 = 7$. Como en ambos lados de la igualdad hay solo números, la igualdad es numérica.	Cierta cantidad de kilogramos adicionados con 3 kg es igual a 7 kg, es decir, $x + 3 = 7$. Como en la igualdad hay un valor desconocido, la igualdad es una ecuación.

Las igualdades que incluyen números y letras se llaman ecuaciones, la cuales son ciertas solo para un valor de la incógnita. Por ejemplo, la ecuación $x + 3 = 7$, sólo es cierta para $x = 4$.

Comprobación: $x = 4 \rightarrow 4 + 3 = 7$

Elementos de una ecuación

Los elementos de una ecuación son las incógnitas, el grado, los miembros y los términos.

$$\overbrace{x + 10}^{\text{primer miembro}} = \overbrace{13}^{\text{segundo miembro}}$$

Variable o incógnita
Letra cuyo valor es desconocido

Términos
Todas y cada una de las expresiones que forman los miembros de la igualdad. Si son números se les llama constantes.

Miembros
Expresiones que se encuentran a cada lado del signo =

Grado
Máximo exponente con el que aparece la variable.

Una ecuación es una igualdad que involucra operaciones entre constantes y una o varias incógnitas, que suelen escribirse con letras minúsculas.

Recuerda

Un número satisface una ecuación si al sustituir la incógnita por él la igualdad es cierta.

© EDITORIAL SANTILLANA, S.A.

Lenguaje algebraico

En el lenguaje cotidiano hay situaciones en las que se usan números naturales que se pueden expresar con un lenguaje algebraico, es decir, mediante símbolos, números y signos. Por ejemplo, para expresar la suma de dos números consecutivos puede escribese $x + (x + 1)$.

Ejemplo 1

La cantidad de libros que tiene Antonio, aumentada en cinco, es igual a cuarenta. ¿Cómo expresarías la situación mediante una ecuación?

Procedimiento

1. Se identifica la incógnita y otros datos significativos.	Cantidad de libros $\rightarrow x$ Cantidad aumentada en cinco $\rightarrow x + 5$
2. Se plantea la ecuación.	La cantidad de libros aumentado en cinco, es igual a cuarenta $\rightarrow x + 5 = 40$.

Ejemplo 2

La diferencia de las edades de dos hermanos es de cinco años. Si la edad del hermano mayor es el doble de la del hermano menor, ¿cómo plantearías la situación con una ecuación?

Procedimiento

1. Se identifica la incógnita y otros datos significativos.	Edad del hermano menor $\rightarrow x$ Edad del hermano mayor $\rightarrow 2x$
2. Se plantea la ecuación.	La diferencia de sus edades es de 5 años $\rightarrow 2x - x = 5$.

Actividades Para realizar en el cuaderno

1 **Identifica** cuáles de las siguientes igualdades son ecuaciones.

a) $7 + 8 = 15$ c) $x + 10 = 16$ e) $x = 2 \cdot (3x)$ g) $2x + 2 = 14$ i) $5 + 3 \cdot 5 = 20$
b) $2x + x = 3$ d) $6 + 30 = 36$ f) $12 \cdot 2 = 24$ h) $3x = 6$ j) $11 - 3x = 2$

2 **Determina** la incógnita, los términos y el primer y segundo miembro de cada ecuación.

a) $x + 8 = 15$ d) $3z + 5 = 22$ g) $2r + 5r = 4$ j) $z + 6 = 10$ m) $t + 6 = 10$
b) $2x + 5 = 3x$ e) $w + 6 = 2w$ h) $3f - 5 = 4f$ k) $1 + y = 11$ n) $3x + 5 = 17$
c) $11 + y = 32$ f) $t + 3t = 16$ i) $8y + 3 = 27$ l) $4z - 2 = 6$ ñ) $2y + 1 = 13$

3 **Expresa** cada situación en forma de ecuación.

Tarea

a) El doble de un número más su triple es igual a 20. $2x+3x=20$

b) Dos personas han gastado Bs. 850. Una gastó el doble de la otra. $x+2x=850$

c) Una persona tiene ahorrada una cantidad de dinero. Cuando tenga 15 bolívares más, entonces tendrá el triple de lo que tiene ahora.

d) La mitad de un número es igual a 10.

e) Trece es igual a un número menos tres.

f) El triple de un número más su doble es igual a quince.

g) La suma de dos números consecutivos es 21.

Solución de ecuaciones en $\mathbf{N}$

Si pagas el monto total de varios artículos y desconoces el precio de alguno, ¿cómo obtienes el dato que hace falta sin preguntarlo y sin ver la factura?

Solución de ecuaciones en N

En este tema se estudiarán ecuaciones que tienen una única solución. La solución de una ecuación es el valor de la incógnita que hace que la igualdad sea cierta. Una ecuación tiene solución en el conjunto de los números naturales si el valor de la incógnita pertenece a **N**.

Resolver una ecuación significa encontrar su solución. En la ecuación $x + 4 = 7$, el valor que hace que la igualdad se cumpla es 3, porque $3 + 4 = 7$. Por tanto, $x = 3$ es la solución de la ecuación.

Para hallar la solución de una ecuación, se deben tomar en cuenta las siguientes propiedades de las igualdades:

- Si a los miembros de una igualdad se les adiciona o se les sustrae una misma cantidad, la igualdad no se altera.
- Si los miembros de una igualdad se multiplican o se dividen por un mismo número, diferente de cero, la igualdad no se altera.

Ejemplo

Resolver la ecuación $3x + 2 = 155$.

Procedimiento

1 Se plantea la ecuación.	$3x + 2 = 155$
2 Se sustrae 2 a ambos miembros de la igualdad para eliminar la constante en el primer miembro.	$3x + 2 - 2 = 155 - 2$ $3x = 153$
3 Se dividen ambos miembros de la igualdad entre 3.	$3x \div 3 = 155 \div 3$ $x = 51$

Solución de problemas usando ecuaciones

Hallar la solución de un problema usando ecuaciones implica plantear una ecuación a partir de la situación propuesta y descubrir el valor de la incógnita. Para resolver problemas que implican el uso de ecuaciones se siguen estos pasos:

1. **Interpretación del enunciado**. Se identifican en el enunciado los datos y lo que se busca calcular. Luego se asigna una letra (incógnita) a la información desconocida en el enunciado.
2. **Planteamiento y solución de la ecuación**. Se construye una expresión en forma de ecuación. Luego se resuelve la ecuación y se redacta la solución en los términos del problema.
3. **Comprobación de la solución**. Se verifica si la solución cumple las condiciones del enunciado del problema.

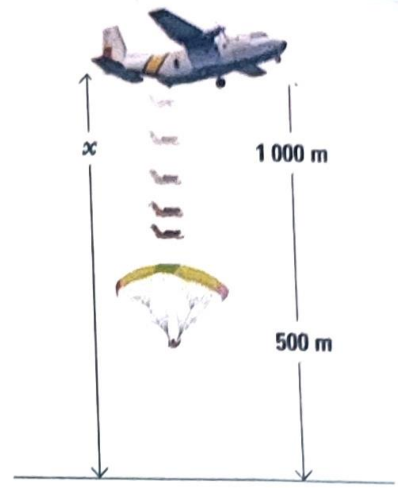
Ejemplo 1

Un paracaidista se lanza desde cierta altura. Al recorrer 1 000 m en caída libre abre su paracaídas y luego recorre otros 500 m hasta llegar al suelo. ¿Desde qué altura se lanzó el paracaidísta?

Procedimiento

1. Se comprende el problema y se plantea la ecuación. $x - 1\,000 = 500$
2. Se resuelve la ecuación. $x - 1\,000 + 1\,000 = 500 + 1\,000$
   $x = 1\,500$
3. Se comprueba el resultado. $1\,500 - 1\,000 = 500$

Respuesta: el paracaidista se lanzó desde 1 500 m.



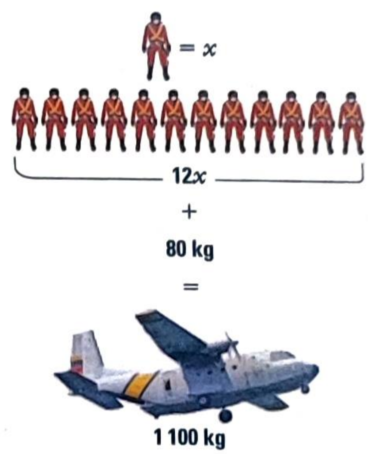
Ejemplo 2 Tarea:

El avión que traslada a un grupo de paracaidistas pesa 1 100 kg, lo que representa 12 veces el peso de cada paracaidista más 80 kg. ¿Cuál es el peso de cada persona?

Procedimiento

1. Se comprende el problema y se plantea la ecuación. $12x + 80 = 1\,100$
   $12x + 80 - 80 = 1\,100 - 80$
2. Se resuelve la ecuación. $12x = 1\,020$
   $x = 85$
3. Se comprueba el resultado. $12 \cdot (85) + 80 = 1\,100$

Respuesta: cada paracaidista pesa 85 kg.



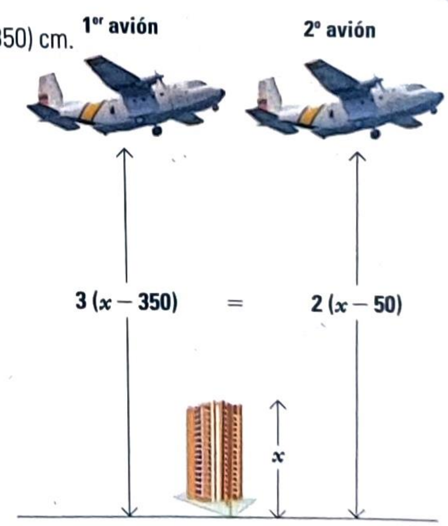
Ejemplo 3

Sobre un edificio de x centímetros de altura pasó un avión volando a $3(x - 350)$ cm. Luego de unos minutos pasa otro avión a una altura de $2(x - 50)$ cm. Si ambos aviones pasaron a la misma altura, ¿cuál es la altura del edificio?

Procedimiento

1. Se comprende el problema y se plantea la ecuación. $3(x - 350) = 2(x - 50)$
   $3x - 1\,050 = 2x - 100$
2. Se resuelve la ecuación. $3x - 1\,050 + 1\,050 = 2x - 100 + 1\,050$
   $3x = 2x + 950$
   $3x - 2x = 2x - 2x + 950$
   $x = 950$
3. Se comprueba el resultado. $3(950) - 1\,050 = 2(950) - 100$
   $1\,800 = 1\,800$

Respuesta: la altura del edificio es de 950 cm, es decir, 9,5 m.



Ejemplo 4

La suma de tres números naturales consecutivos es igual a 48, ¿cuál son los números?

Procedimiento

1. Se asigna una incógnita a la información desconocida en el enunciado.

$x \to$ 1^{er} número
$x + 1 \to$ 2^{o} número
$x + 2 \to$ 3^{er} número

2. Se plantea una ecuación de acuerdo con los datos.

$x + (x + 1) + (x + 2) = 48$

3. Se resuelve la ecuación hallando el valor de la incógnita.

$$
\begin{aligned}
x + (x + 1) + (x + 2) &= 48 \\
3x + 3 &= 48 \\
3x + 3 - 3 &= 48 - 3 \\
3x &= 45 \\
3x \div 3 &= 45 \div 3 \\
x &= 15
\end{aligned}
$$

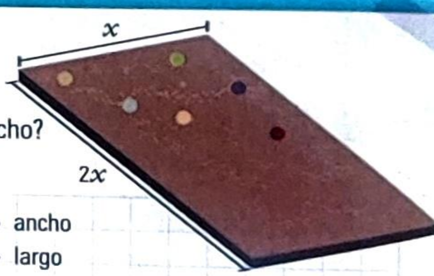
4. Se hallan los números y se comprueba la solución.

Como $15 + (15 + 1) + (15 + 2) = 15 + 16 + 17 = 48$, además, 15, 16 y 17 son números consecutivos, entonces la solución es correcta.

Respuesta: los números son 15; 16 y 17.

Ejemplo 5

Un campo de bolas criollas es rectangular y su perímetro es igual a 270 m. Si su largo es el doble del ancho, ¿cuál será la medida exacta del largo y del ancho?



Procedimiento

1. Se asigna una incógnita a la información desconocida en el enunciado.

$x \to$ ancho
$2x \to$ largo

2. Se plantea una ecuación de acuerdo con los datos.

$P = 2x + x + 2x + x = 270$

3. Se resuelve la ecuación hallando el valor de la incógnita.

$$
\begin{aligned}
270 &= 2x + x + 2x + x \\
270 &= 6x \\
270 \div 6 &= 6x \div 6 \\
45 &= x \to x = 45
\end{aligned}
$$

4. Se comprueba el resultado.

Como $270 = 2 \cdot (45) + 45 + 2 \cdot (45) + 45$, entonces la solución es correcta.

Respuesta: el ancho del campo de bolas es de 45 m y el largo es de 90 m.

Actividades Para realizar en el cuaderno

1 **Resuelve** las ecuaciones.

Tarea

a) $23x + 2 = 25$
b) $3x + 2 = x + 8$
c) $2x = 5 + x$
d) $3x - 7 = 8$
e) $5x - 2 = 4x$
f) $150x + 50 = 175x$

g) $28x + 1 = 88 - x$
h) $6x + 2 = 272$
i) $5 - x = 7 - 2x$
j) $2(x + 7) = 32$
k) $2(x + 1) = 3(x - 1)$
l) $2x \div 3 = 12$

m) $x \div 3 = 27$
n) $4x \div 3 = 26$
ñ) $3x + 1 = 2(3 - x)$
o) $20x + 5x = 1\,225$
p) $33 - x = 25$
q) $2x + 3 = 3 - x$

r) $152x + 153 = 305x$
s) $4x - 2 = 18$
t) $x + 21 = 31$
u) $2x - 6 = x$
v) $5x - 4 = 1$
w) $x - 26 = 5$

2 **Plantea** cada situación como una ecuación, **halla** su solución y **responde** las preguntas planteadas.

a) La suma de cuatro números consecutivos es igual a 38. ¿Cuáles son esos números?
b) El doble de un número más el triple de ese número es igual 25. ¿Cuál es el número?
c) Un número menos su mitad es igual a 16. ¿Cuál es ese número?
d) Un número menos dos es igual a dos veces el mismo número menos nueve. ¿Cuál es ese número?
e) La suma de dos números consecutivos es igual a 15. ¿Cuáles son los números?
f) Diez veces un número menos diez es igual a cero. ¿Cuál es el número?
g) Un tercio de un número menos uno es igual a dos. ¿Cuál es el número?
h) Quince veces un número es igual a dos veces el número más trece. ¿Cuál es el número?

3 **Responde** los problemas planteados.

a) El doble de la edad de Alicia es igual a la edad de Daniel, y la edad de José es el doble de la de Daniel menos 20. Si las edades suman 85, ¿qué edad tiene cada uno?
b) El perímetro de un jardín rectangular es de 80 m. Si el largo del jardín es tres veces el ancho, ¿cuál es el largo y el ancho?
c) En una reunión de 24 personas hay 2 veces más mujeres que hombres y tres veces más personas adultas mayores que adultas jóvenes. ¿Cuántas mujeres hay? ¿Cuántas personas adultas jóvenes hay?
d) Un nadador recorre el largo de una piscina una vez. Luego repite el recorrido dos veces; y, finalmente, tres veces. Si en total nadó 300 m, ¿cuál es el largo de la piscina?
e) La edad de Zara es el triple de la de Carlos, y la de José es el doble de la de Zara. Si las tres edades suman 130 años, ¿qué edad tiene cada uno?
f) La cantidad de flores que tiene Marisol aumentada en seis es igual a cuarenta. ¿Cuántas flores tiene Marisol?

Pensamiento crítico

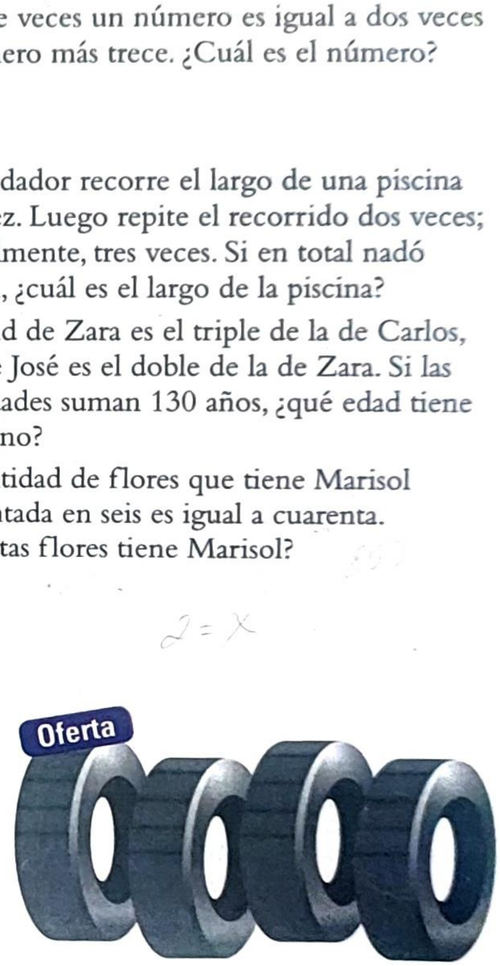
$x = 4 -$

$2 = x$

Analiza y **responde**.

Una persona compró 2 cauchos. Por lo que pagó, hubiese podido comprar en otra cauchera 4 cauchos, y ahorraba Bs. 200 por cada uno.

a) ¿Cuánto costaba cada caucho en la otra cauchera?
b) ¿Cuánto gastó en la compra?
c) ¿Es buena la oferta que perdió? ¿Por qué?



- **Conjunto de los números enteros positivos**. Se representa con $\mathbb{Z}^+$. Sus elementos son todos los números naturales distintos de cero. Se pueden utilizar, por ejemplo, en situaciones donde se tengan que expresar cantidades, ordenar países o identificar participantes de una carrera. Así, cuando se dice que en el mundo existen cerca de 35 000 especies diferentes de orquídeas, o que Venezuela se ubica en el 1° lugar de reserva gasífera entre los países de América Latina y en el 9° a escala mundial, se está haciendo uso de los elementos de $\mathbb{Z}^+$.

  Generalmente, los números positivos se escriben sin el signo +. Es decir, se puede escribir 6 para indicar el número positivo +6, a menos que sea necesario aclarar el signo en una situación determinada.

  El conjunto de los números enteros positivos ($\mathbb{Z}^+$), se representa así: $\mathbb{Z}^+ = \{+1, +2, +3, +4, +5, +6...\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6...\}$

- **Conjunto de los números enteros negativos**. Se representa con $\mathbb{Z}^-$, y se obtiene al asignar a cada número natural n un número $-n$ al que se le llama opuesto, es decir, al 1 se le asigna el -1, al 2 se le asigna el -2, y así sucesivamente.

  Los números enteros negativos resultan útiles para describir situaciones como el registro de algunas deudas, temperaturas bajo cero, o fechas antes de Cristo, entre otras. Por ejemplo, se emplea el conjunto $\mathbb{Z}^-$ para explicar que el *Homo sapiens sapiens* apareció por primera vez 100 000 años antes de Cristo aproximadamente, es decir, en el año $-100\,000$; o que un submarino puede llegar a sumergirse hasta una posición de 600 m bajo el nivel del mar, es decir, -600 m.

  El conjunto de los números enteros negativos ($\mathbb{Z}^-$), se representa de la siguiente manera: $\mathbb{Z}^- = \{..., -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$

- **Conjunto de los números enteros diferentes de cero**. Se representa con $\mathbb{Z}^*$ y contiene al conjunto de los enteros positivos y el de los negativos. Este conjunto no incluye al cero pues no es ni positivo ni negativo.

  El conjunto de los números enteros diferentes de cero ($\mathbb{Z}^*$) se representa así: $\mathbb{Z}^* = \{... -6, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6...\}$

- **Conjunto de los números naturales**. Se simboliza con la letra $\mathbb{N}$ y está formado por los números positivos y el cero. Este conjunto surge de la necesidad que se tiene de contar los diversos elementos del entorno.

  El conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$) se representa de esta manera: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6...\}$

Para decir que un conjunto es subconjunto de otro se utiliza el símbolo $\subset$. Para el caso contrario se utiliza $\not\subset$. Así se cumple que:

Los subconjuntos notables del conjunto de números enteros son: $\mathbb{Z}^+, \mathbb{Z}^-, \mathbb{Z}^*$ y $\mathbb{N}$, entonces $\mathbb{Z}^+ \subset \mathbb{Z}$; $\mathbb{Z}^- \subset \mathbb{Z}$; $\mathbb{Z}^* \subset \mathbb{Z}$ y $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

CONEXOS CON... BIOLOGÍA

El homo sapiens-sapiens

Es el último eslabón de la cadena evolutiva de la especie humana, e incluye a los humanos modernos y al grupo fósil Cro-Magnon.

Adición y sustracción combinadas en $\mathbb{Z}$

ACTÍVATE

¿Qué signos de agrupación utilizas para asociar adiciones con más de dos términos? ¿Conoces otros signos de agrupación?

Adiciones y sustracciones combinadas sin signo de agrupación

Las adiciones y sustracciones combinadas con números enteros pueden estar escritas con paréntesis para diferenciar el signo del número del signo de la operación. Estos se pueden eliminar según el signo que les preceda, teniendo en cuenta las siguientes reglas:

- Si el paréntesis está precedido por el signo $+$ o no tiene signo, se elimina el paréntesis y el signo $+$ que lo precede. Los números mantienen su signo.
  Por ejemplo:

$$(+25) + (+15) + (-12) = 25 + 15 - 12$$

- Si el paréntesis está precedido por el signo $-$ se elimina el paréntesis y el signo $-$. Los números cambian de signo. Por ejemplo:

$$-(-24) - (+12) - (-2) - (+3) = 24 - 12 + 2 - 3$$

Una vez que se eliminan los paréntesis, se efectúa la operación tomando en cuenta los signos de cada número. Puede efectuarse la operación del ejemplo anterior, usando la siguiente técnica:

1. Se escribe el signo $+$ a la izquierda y el signo $-$ a la derecha, separados por una línea vertical.

+	−

2. Se escriben los números positivos y negativos debajo de la columna correspondiente y se operan los números de cada columna.

+	−
24	−12
2	− 3
26	−15

3. Finalmente se adicionan los números de diferentes signos.

$$26 + (-15)$$
$$= 26 - 15$$
$$= 11$$

EJEMPLO 1

Efectuar la operación $(+2) - (-7) + (-12) - (-11 + 6)$.

Procedimiento

1. Se eliminan los paréntesis.

$$2 + 7 - 12 + 11 - 6 =$$

2. Se efectua la operación.

+	−
2	− 12
7	− 6
11	
20	− 18

$$\rightarrow 20 - 18 = 2$$

EJEMPLO 2

Una distribuidora de chocolates comienza el día con 150 cajas de bombones; distribuye 50 en un supermercado, 25 en un quiosco y 35 en una tienda. Si al final del día le llegan 65 cajas más de bombones, ¿cuántas cajas tiene la distribuidora al final del día?

Procedimiento

1. Se organizan los datos de la operación combinada.

$150 - 50 - 25 - 35 + 65 =$

2. Se fectúa la operación.

+	−
150	− 50
65	− 25
	− 35
215	− 110

$\rightarrow 215 - 110 = 105$

Respuesta: la distribuidora tiene 105 cajas al final del día.

ZOOM

Paréntesis

Los paréntesis fueron empleados por primera vez aproximadamente en el año 1570, por el matemático italiano Rafael Bombelli.

Adiciones y sustracciones combinadas con signos de agrupación

En las adiciones y sustracciones combinadas en las que existe más de un signo de agrupación, estos se eliminan en orden empezando por los más internos.

Para eliminar cada signo de agrupación se considera el signo que los preceda, bien sea + o −, de manera análoga a la eliminación de los paréntesis.

EJEMPLO 1

Realiza la operación $-14 + \{8 - [12 - (12 + 8) - 4] + 2\} - 6$.

Procedimiento

1. Se eliminan los signos internos, que en este caso son los paréntesis.

$-14 + \{8 - [12 - 12 - 8 - 4] + 2\} - 6 =$

2. Se eliminan los corchetes.

$-14 + \{8 - 12 + 12 + 8 + 4 + 2\} - 6 =$

3. Se eliminan las llaves.

$-14 + 8 - 12 + 12 + 8 + 4 + 2 - 6 =$

4. Se efectua la operación.

+	−
8	− 14
12	− 12
8	− 6
4	
2	
34	− 32

$\rightarrow 34 - 32 = 2$

EJEMPLO 2

Calcular el resultado de $-12 + \{-(4 - 2 + [8 - 19 + 11] + 1 - 5) - 3\} + 2$.

Procedimiento

1. Se eliminan los corchetes.	$-12 + \{-(4 - 2 + 8 - 19 + 11 + 1 - 5) - 3\} + 2 =$
2. Se eliminan los paréntesis.	$-12 + \{-4 + 2 - 8 + 19 - 11 - 1 + 5 - 3\} + 2 =$
3. Se eliminan las llaves.	$-12 - 4 + 2 - 8 + 19 - 11 - 1 + 5 - 3 + 2 =$
4. Se agrupan los números con signo positivo y los números con signo negativo.	$(2 + 19 + 5 + 2) + (-12 - 4 - 8 - 11 - 1 - 3) =$ $28 + (-39) =$
5. Se obtiene el resultado.	$28 - 39 = -11$

Las operaciones con signos de agrupación también se pueden resolver realizando primero las operaciones que están dentro de cada signo.

EJEMPLO 3

Resolver la operación $-2 + [-3 + (-5 + 13)] - 1$.

Procedimiento

1. Se resuelven las operaciones que están dentro de los paréntesis. Luego las que están dentro de los corchetes.	$-2 + [-3 + (+8)] - 1 =$ $-2 + [-3 + 8] - 1 =$ $-2 + [+5] - 1 =$ $-2 + 5 - 1 =$
2. Se adicionan los números que tienen igual signo y se efectúa la operación.	$5 + (-2 - 1)$ $5 - 3 = 2$

EJEMPLO 4

Efectuar la operación $30 - \{-5 + 2 - [(-13 + 25) + 4] + 9\} - 4$.

Procedimiento

1. Se resuelven las operaciones que están dentro de los paréntesis. Luego las que están dentro de los corchetes.	$30 - \{-5 + 2 - [(+12) + 4] + 9\} - 4 =$ $30 - \{-5 + 2 - [12 + 4] + 9\} - 4 =$ $30 - \{-5 + 2 - [+16] + 9\} - 4 =$ $30 - \{-5 + 2 - 16 + 9\} - 4 =$
2. Se resuelven las operaciones que están dentro de las llaves.	$30 - \{11 - 21\} - 4 =$ $30 - \{-10\} - 4 =$ $30 + 10 - 4 =$
3. Se adicionan los números que tienen igual signo y se efectúa la operación.	$40 - 4 = 36$

Ecuaciones en $\mathbb{Z}$

ACTÍVATE

¿Es posible hallar en **N** el resultado de un número menos su doble? ¿Por qué? ¿Y en $\mathbb{Z}$?

Ecuaciones en $\mathbb{Z}$

En este tema se estudiarán ecuaciones que tienen una única solución en el conjunto de los números enteros. La ecuación $x + 3 = 2$ no tiene solución en **N**, ya que no existe ningún número natural que sumado con 3 sea igual a 2. Sin embargo, para $x = -1$, se cumple la igualdad: $-1 + 3 = 2$, por lo que la ecuación tiene solución en $\mathbb{Z}$, pues $-1 \in \mathbb{Z}$.

Para hallar la solución de una ecuación, se deben tomar en cuenta las siguientes propiedades de las igualdades:

- Si a los miembros de una igualdad se les adiciona o se les sustreae una misma cantidad, la igualdad no se altera.
- Si los miembros de una igualdad se multiplican o se dividen por un mismo número, diferente de cero, la igualdad no se altera.

RECUERDA

Una ecuación es una igualdad en la que hay presentes una o varías incógnitas. Una solución es el valor de la incógnita que satisface la ecuación.

EJEMPLO 1

Resolver la ecuación $3x - 5 = 4$.

Procedimiento

1. Se adiciona 5 a ambos miembros de la igualdad.

$$3x - 5 = 4$$
$$3x - 5 + 5 = 4 + 5$$
$$3x + 0 = 9$$
$$3x = 9$$

2. Se dividen ambos miembros de la ecuación entre 3.

$$3x \div 3 = 9 \div 3$$
$$x = 3$$

EJEMPLO 2

Encontrar la solución de la ecuación $5 \cdot (x + 3) = 25$.

Procedimiento

1. Se aplica la propiedad distributiva y se elimina la constante del primer miembro. Para ello, se sustrae 15 a ambos miembros de la ecuación.

$$5x + 15 = 25$$
$$5x + 15 - 15 = 25 - 15$$
$$5x = 10$$

2. Se despeja la incógnita. Para ello, se dividen ambos miembros entre 5.

$$5x \div 5 = 10 \div 5$$
$$x = 2$$

Ejemplo 3

Halla el valor de x que satisface la ecuación $4x + 1 = 2x + 3$.

Procedimiento

1. Se sustrae 1 a ambos miembros de la igualdad.

$$4x + 1 = 2x + 3$$
$$4x + 1 - 1 = 2x + 3 - 1$$
$$4x + 0 = 2x + 2$$
$$4x = 2x + 2$$

2. Se sustrae $2x$ en ambos miembros.

$$4x - 2x = 2x - 2x + 2$$
$$2x = 0 + 2$$
$$2x = 2$$

3. Se dividen ambos miembros entre 2.

$$2x \div 2 = 2 \div 2$$
$$x = 1$$

Ejemplo 4

Resolver la ecuación $x \div 5 + 1 = 5$.

Procedimiento

1. Se sustrae 1 a ambos miembros.

$$x \div 5 + 1 - 1 = 5 - 1$$
$$x \div 5 + 0 = 4$$
$$x \div 5 = 4$$

2. Se multiplican ambos miembros de la ecuación por 5.

$$5 \cdot x \div 5 = 4 \cdot 5$$
$$x \cdot 5 \div 5 = 4 \cdot 5$$
$$x \cdot 1 = 20$$
$$x = 20$$

Actividades Para realizar en el cuaderno

1 **Encuentra** la solución a las ecuaciones.

a) $3x = 6$
b) $6 + 2x = 24 - 2$
c) $4(x - 3) = 12$
d) $8m - 8 = 4(m - 1)$
e) $12(x + 3) = -4(x - 1)$
f) $14z + 6 = -50$
g) $6(y + 4) = 14 - 2$
h) $2(y + 5) + 3(y - 2) = 24$
i) $3(n - 7) - 2(n - 3) = -18$
j) $2(x - 3) = 6$
k) $5 + t \div 25 = 14$
l) $6(x + 3) = -2(x - 1)$
m) $4x - 4 = 2(x - 1)$
n) $-x + 4 = 5$
ñ) $1 - 2z = 21$
o) $9 - x = 15$
p) $y \div 2 - 11 = -9$
q) $6r - 4 = -16$

2 **Determina** con qué número, de los indicados, se satisface cada ecuación.

a) $3x - 4 = 8$ para x: 2; 3 o 4
b) $5x + 4 = 14$ para x: -2; 2 o 1
c) $5m - 6 = 9$ para m: 1; 2 o 3
d) $5x + 3 = -2$ para x: -1; 1 o 2
e) $2y - 5 = 1$ para y: 3; 2 o 3
f) $7z - 3 = 11$ para z: 4; 2 o -2

Solución de problemas mediante ecuaciones en $\mathbb{Z}$

Actívate

¿Cómo calcularías la edad de una persona si su edad hace 10 años fue el triple de la tuya?

Lenguaje algebraico

El lenguaje algebraico permite expresar situaciones cotidianas que involucran números enteros, mediante símbolos, números y signos. Algunos ejemplos de situaciones expresadas en lenguaje algebraico son:

Lenguaje cotidiano	Lenguaje algebraico
Un número aumentado en diez es igual a treinta.	$x + 10 = 30$
Un número disminuido en dos es igual a ocho.	$x - 2 = 8$
El triple de un número aumentado en cinco es igual a once.	$3x + 5 = 11$
La mitad de un número disminuido en seis es igual a menos tres.	$\frac{x}{2} - 6 = -3$
La suma de dos números pares consecutivos es igual a veintidós.	$2x + (2x + 2) = 22$

Solución de problemas mediante ecuaciones

Al resolver un problema mediante ecuaciones es necesario plantear la situación en lenguaje algebraico. Para resolver el problema se debe encontrar la solución de la ecuación.

En este tema solo se considerarán ecuaciones que tengan una única solución.

Ejemplo 1

Dentro de 10 años, la edad de una persona será el doble de la edad que tenía hace 5 años. ¿Cuál es la edad de esa persona?

Procedimiento

1. Se asigna una letra para denotar a la incógnita. En este caso x es la edad de la persona y se plantean los datos en función de esa incógnita.

$x \rightarrow$ edad de la persona
$x + 10 \rightarrow$ edad dentro de 10 años
$2(x - 5) \rightarrow$ doble de la edad hace 5 años

2. Se plantea una ecuación de acuerdo con los datos.

$$x + 10 = 2(x - 5)$$

3. Se resuelve la ecuación y se halla el valor de la incógnita.

$$x + 10 = 2x - 10$$
$$x + 10 - 10 = 2x - 10 - 10$$
$$x = 2x - 20$$
$$x - 2x = 2x - 20 - 2x$$
$$-x = -20$$
$$-x \cdot (-1) = -20 \cdot (-1)$$
$$x = 20$$

Respuesta: la persona tiene 20 años.