Los números reales son el conjunto de números que incluyen tanto los números racionales como los irracionales. Se clasifican en:

- Números naturales: 1, 2, 3, etc.
- Números enteros: -1, 0, 1, etc.
- Números racionales: aquellos que pueden expresarse como una fracción (por ejemplo, 1/2, 3/4).
- Números irracionales: no pueden expresarse como fracciones y tienen decimales infinitos no periódicos (por ejemplo, √2, π).

Los números reales son fundamentales en matemáticas, ya que se utilizan para cuantificar, medir y r esolver problemas, y se representan en la recta numérica.

¿Qué son los números reales?

Los números reales son cualquier número que corresponda a un punto en la recta real. Pueden clasificarse en números racionales (enteros y naturales) y números irracionales.

Por tanto, los números reales incluyen absolutamente todos los números que están entre el -∞ y el +∞ (sin incluirlos).

Todos ellos juntos forman el vibrante mundo de los números reales.

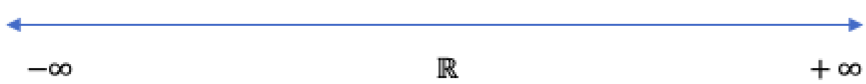
En otras palabras, cualquier número real está comprendido entre menos infinito y más infinito y podemos representarlo en la recta real.

Se representan mediante la letra ℝ.

Cualquier número que te encuentres será número real.

Aunque ojo! También hay otro tipo de números que son los llamados números no reales (o números imaginarios). Son números extremadamente complejos y tienes que buscarlos a drede. Los números no reales parten del número, que es la raíz cuadrada de −1. Como por ejemplo 3+4i,−7i, etc

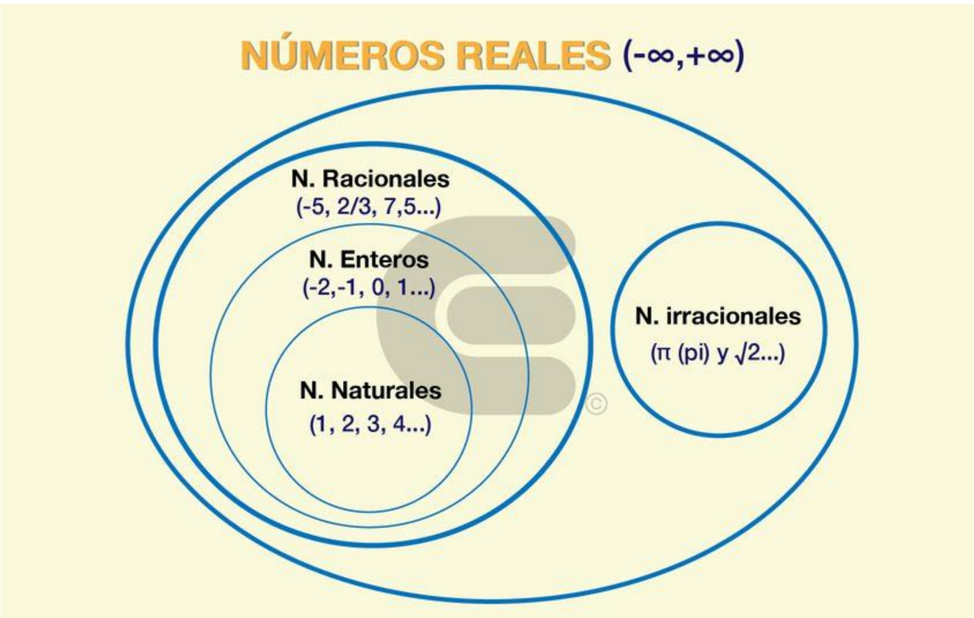
Entonces, tal y como hemos dicho, son los números comprendidos entre los extremos infinitos. Es decir, no incluiremos estos infinitos en el conjunto.



Línea real.

¿Cómo se clasifican los números reales?

Tal y como hemos visto, los números reales pueden clasificarse principalmente entre números naturales, enteros, racionales e irracionales.



Dentro de los números reales, que son todos, tenemos los números irracionales y los números racionales.

Números naturales

En primer lugar, los números naturales es el primer conjunto de números que aprendemos de pequeños. Este conjunto no tiene en cuenta el número cero (0) excepto que se especifique lo contrario (cero neutral).

Expresión:

$$\mathbb{N}$$

Letra N representa los números naturales.

Primeros elementos del conjunto de números naturales.

$1, 2, 3, 4 \ldots$

NOTA: Nos podemos acordar de los números naturales pensando en que son los números que usamos “naturalmente” para contar. Cuando contamos con la mano obviamos el cero, lo mismo para los números naturales.

Números enteros: Los números enteros son todos los números naturales e incluyen el cero (0) y todos los números negativos.
Expresión:

$$\mathbb{Z}$$

La letra Z representa el conjunto de números enteros.

Ejemplo de algunos de los elementos del conjunto de números enteros.

$\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$

NOTA: Para empezar, nos podemos acordar de los números enteros pensando en que son todos los números que usamos naturalmente para contar junto con sus opuestos e incluyendo el cero (0). A diferencia de los racionales, los números enteros representan "enteramente" su valor.

Números racionales: Los números racionales son las fracciones que pueden formarse a partir de los números enteros y naturales. Entendemos las fracciones como cocientes de números enteros.
Expresión de números racionales:

$$\mathbb{Q}$$

La letra Q representa el conjunto de números racionales.

Ejemplo de algunos de los elementos del conjunto de números racionales.

$\frac{8}{2}, \frac{-7}{5}, \frac{2}{3}, \frac{17}{-1}$

NOTA: Nos podemos acordar de los números racionales pensando en que siendo fracciones de números enteros, es "racional" que el resultado sea un número entero o un número decimal finito o semiperiódico.

Números irracionales

En el caso de los números irracionales, son números decimales que no pueden expresarse ni de manera exacta ni de manera periódica.

Expresión:

$$\mathbb{I}$$

La letra I representa el conjunto de números irracionales.

Ejemplo de algunos elementos del conjunto de números irracionales.

$\sqrt{3}, \pi, e, \phi$

NOTA: Nos podemos acordar de los números irracionales pensando en que son todos los números que no encajan en las clasificaciones anteriores y que también pertenecen a la recta real.
Ejemplos de números reales
Para finalizar, vamos a poner unos ejemplos sobre los números reales, comprueba que los siguientes números corresponden a punto en la recta real.

- Números naturales: 1,2,3,4…
- Números enteros: …,-4,-3,-2,-1, 0, 1, 2, 3, 4…
- Números racionales: cualquier fracción de números enteros.
- Números irracionales:

$$\sqrt{3} = 1{,}73205080, \qquad \pi = 3{,}14159265, \qquad e = 2{,}71828182$$

Operaciones con números reales

Veamos en seguida cuales son las operaciones que podemos realizar con los números reales.

Suma

La suma o adición de dos números de igual signo se realiza sumando sus valores absolutos y poniendo al resultado el signo común.

Por ejemplo: 3 + 7 = 10; –4 – 9 = –13.

El signo + puede omitirse en los números positivos cuando se encuentran al inicio, como con los casos del tres y el diez del primer ejemplo anterior. Cuando sumamos un número negativo debemos colocar siempre el signo menos, como en el menos cuatro y menos nueve del segundo ejemplo anterior (–4 – 9 = –13).

La suma o adición de dos números con signo diferente se realiza efectuando una resta de los valores absolutos de ambos números y al resultado se le antepone el signo del número que tenga mayor valor absoluto.

8 + –15 = 8 – 15 = –7

–4 + 10 = 6

21 + –16 = 21 – 16 = 5

Resta

La resta o sustracción puede expresarse en términos de la suma, puesto que, en general, podemos verla como una suma de números con signo diferente, como en el último de los ejemplos anteriores, que puede verse como la suma de dos enteros 21 y – 16; o como la resta de dos naturales, 21 y 16 = 5. Observa que esta última es la resta que ya conoces, 21 – 16 = 5.

Ahora bien, la operación de restar un número negativo será equivalente a la de sumar un número positivo (– – = +).

14 – –9 = 14 + 9 = 23

6 – –5 = 6 + 5 = 11

Leyes de los signos en las sumas y restas

Cuando los números poseen el mismo signo, siempre vas a **SUMARLOS** y se deja el mismo signo	Cuando los números poseen distinto signo, siempre vas a **RESTARLOS** y se deja el signo del número con mayor magnitud
Ejemplos: a) $9+2+1=12$ b) $-5-2-1=-8$ c) $-1-4-3-7=-15$	Ejemplos: a) $-6+2=-4$ b) $\underbrace{5-3}_{2}\underbrace{-12+8}_{-4}=-2$

Multiplicación

La multiplicación o producto de dos números reales de igual signo siempre dará como resultado un número positivo. + × + = +, – × – = +.

6 × 8 = 48

$-7 \times -3 = 21$

La multiplicación o producto de dos números reales de distinto signo dará como resultado un número negativo. $+ \times - = -$, $- \times + = -$

$5 \times -7 = -35$

$-9 \times 6 = -54$

División: La división o cociente es la operación inversa de la multiplicación y consiste en averiguar cuántas veces un número (divisor) está contenido en otro número (dividendo). Si divides 20 (dividendo) entre 5 (divisor), el resultado es 4 (cociente), porque $20 \div 5 = 4$; $4 \times 5 = 20$.

Como se resuelve una división

Para dividir números para los que la división no es exacta se utiliza el algoritmo de la división.

Potenciación: La potencia es el resultado que se obtiene al multiplicar un número dos o más veces por sí mismo.

En particular, la potencia dos, o cuadrado, de un número se obtiene al multiplicarlo por sí mismo y se denota escribiendo un dos pequeño en la parte superior derecha de dicho número. Por ejemplo, el cuadrado de cinco se escribe de la siguiente forma: $5^2 = 5 \times 5 = 25$; y el cuadrado de menos tres se escribe $-3^2 = -3 \times -3 = 9$.

La tercera potencia, o el cubo, de un número se obtienen al multiplicarlo por sí mismo y el resultado de nuevo por el número original, como en los siguientes ejemplos:

$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 49 \times 7 = 343$

En particular, la potencia dos, o cuadrado, de un número se obtiene al multiplicarlo por sí mismo y se denota escribiendo un dos pequeño en la parte superior derecha de dicho número. Por ejemplo, el cuadrado de cinco se escribe de la siguiente forma: $5^2 = 5 \times 5 = 25$; y el cuadrado de menos tres se escribe $-3^2 = -3 \times -3 = 9$.

La tercera potencia, o el cubo, de un número se obtienen al multiplicarlo por sí mismo y el resultado de nuevo por el número original, como en los siguientes ejemplos:

$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 49 \times 7 = 343$

Jerarquización de operaciones con números reales

Cuando realizamos operaciones con los números reales debemos tener en cuenta que solo podemos realizar una operación a la vez, de modo que es necesario saber cuál es el orden correcto de las operaciones que aparezcan en una misma expresión.

Este orden se denomina jerarquía de las operaciones o regla de prioridad. Esta regla o jerarquía establece un orden de importancia para ejecutar las operaciones como se muestra a continuación

Primero: Resolver todos los signos de agrupación: Paréntesis () Corchetes [ ] Llaves { }

Segundo: Resolver todas las potencias y raíces

Tercero: Resolver todas las multiplicaciones y divisiones

Cuarto: Resolver todas las adiciones (sumas) y sustracciones (restas)

Un ejemplo clásico lo encontramos constantemente en internet y las redes sociales:

¿Cuál es el resultado de la siguiente operación?

$4 + 6 \div 2 - 1 \times 5 = ?$

Un error común es querer resolver las operaciones como van apareciendo de izquierda a derecha, obteniendo resultados equivocados como 20, 50 o 30, cuando lo correcto es aplicar la jerarquización, en este caso, primero multiplicando y dividiendo, dejando para lo último las sumas y restas.

$4 + 6 \div 2 - 1 \times 5 = 4 + 3 - 5 = 2$

Es decir, debemos contar la cantidad de cifras decimales de cada factor y colocar la coma en el resultado, desplazándola de derecha a izquierda tantos lugares como cifras hayamos contado.

Si por ejemplo, queremos multiplicar 2,5 x 3 realizaríamos la operación del mismo modo que en 25 x 3=75, pero colocaríamos la coma en el resultado contando un lugar de derecha a izquierda 2,5 x 3 = 7,5.

Podemos encontrar multiplicaciones con decimales de diferentes tipos:

- Solo uno de los factores es un número decimal y el otro es entero. 2,5 x 3 = 7,5

  4 x 0.25 =1

- Ambos factores son números decimales.

  1.5 x 2,3 = 3,45

En algunos casos el producto de la operación puede ser también un número decimal, en otros, un número entero.

Cómo multiplicar un número entero y uno decimal

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 2{,}5 \\ \times \quad 3 \\ \hline 7{,}5 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 2} \\ 25 \\ \times \quad 0{,}4 \\ \hline 100 \\ 00 \\ \hline 10{,}0 \end{array}$$

1. Colocamos ambos factores, uno debajo del otro, y comenzamos a multiplicar por la cifra situada más a la derecha del multiplicador, la cifra de abajo.
2. Realizamos la operación como una multiplicación al uso y anotamos el resultado debajo, separado por una línea horizontal.
3. Si el multiplicador tiene más de una cifra, continuamos con el siguiente número, realizamos la multiplicación y anotamos la solución debajo del resultado anterior.
4. Sumamos ambas soluciones, anotando el resultado de dicha suma separado por una línea horizontal.
5. Para colocar la coma decimal en el lugar correcto, debemos contar cuántas cifras decimales hay en total en la operación. Es decir, cuántos dígitos hay después de la coma del multiplicando o del multiplicador. Colocamos la coma decimal de derecha a izquierda, tantos lugares como cifras decimales hayamos contado.

Cómo multiplicar dos números decimales

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 1{,}5 \\ \times \quad 2{,}3 \\ \hline 4\,5 \\ 3\,0 \\ \hline 3{,}45 \end{array}$$

1. Colocamos ambos factores, uno debajo del otro, y comenzamos a multiplicar por la cifra situada más a la derecha del multiplicador, la cifra de abajo.
2. Realizamos la operación como una multiplicación al uso y anotamos el resultado debajo, separado por una línea horizontal.
3. Como el multiplicador tiene dos cifras, continuamos con el siguiente número, realizamos la multiplicación y anotamos la solución debajo del resultado anterior.
4. Sumamos ambas soluciones, anotando el resultado de dicha suma separado por una línea horizontal.
5. Para colocar la coma decimal debemos contar cuántas cifras decimales hay después de la coma del multiplicando y del multiplicador. Colocamos la coma decimal de derecha a izquierda, tantos lugares como cifras decimales hayamos contado.

Cómo multiplicar un número decimal por múltiplos de 10

$$\begin{array}{r} 13,8 \\ \times\quad 10 \\ \hline \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 138 \\ \times\quad 1 \\ \hline 138 \end{array}$$

1. Comenzamos por simplificar ambos factores, desplazando la coma de la cifra decimal hacia la derecha tantos lugares como ceros tenga el múltiplo de diez. Por ejemplo, 13,8 x 10 ⇒138 x 1.
2. Si el número decimal no dispone de la misma cantidad de dígitos que el múltiplo de diez, le añadiremos tantos ceros como sean necesarios. Por ejemplo, 2.5 x 1000 ⇒ 2500 x 1.
3. Realizamos la operación como una multiplicación al uso y anotamos el resultado debajo, separado por una línea horizontal.

División con decimales

Una división con decimales es una operación matemática que consiste en repartir en partes iguales números que están formados de una parte entera y otra parte decimal, ambas separadas por un punto o una coma, también llamada decimal.

Podemos encontrar deferentes combinaciones:

- dividendo decimal y divisor entero

4,50 ÷ 2 = 2,25

- dividendo entero y divisor decimal

5 ÷ 1,25 = 4

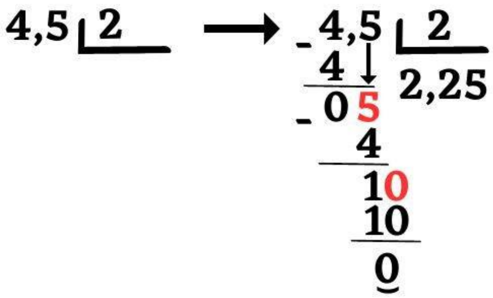
- dividendo y divisor son números decimales

3,3 ÷ 1,1 = 3

Dependiendo del caso, el **cociente** puede ser un número decimal o un número entero.

Cómo dividir con decimales en el dividendo

Esta división se realiza como una división entre números enteros, solo debemos prestar atención para colocar la coma decimal en el sitio correcto.



División con un número decimal en el dividendo, número entero en el divisor y resultado decimal.

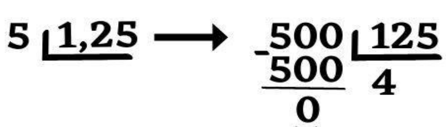
1. Comenzamos buscando un número que, multiplicado por el divisor, dé como resultado la cifra tomada del dividendo o una aproximada (2x2=4). Anotamos el producto de dicha multiplicación debajo de la cifra del dividendo. Restaremos ambas cifras (4-4=0) y anotamos la diferencia (0) debajo y separada por una línea horizontal.

2. Después bajaremos la siguiente cifra (5). Si, como sucede en el ejemplo, este número está a la derecha de la coma, estamos ante una cifra decimal y es el momento de colocar la coma en el cociente. Procedemos a buscar un número que al multiplicarlo por el divisor nos dé esta cifra o una aproximación (2x2=4). Anotamos debajo el producto y restamos ambos números (5-4=1). La diferencia queda anotada (1) y separada por una línea horizontal.

3. Cuando ya no tenemos más cifras en el dividendo, se colocarán ceros hasta completar el resultado. Una vez colocado (10), buscamos el número que multiplicado por el divisor nos acerque a esta nueva cifra (5x2=10). Anotamos el resultado debajo y restamos, anotando la diferencia separada por la línea horizontal (10-10=0). Esta división es exacta porque ha dejado un resto de 0.

Cómo dividir con decimales en el divisor

Para resolver este tipo de división lo esencial es convertir el divisor decimal en un número entero. Para ello eliminamos la coma y añadimos al dividendo el mismo número de ceros que cifras decimales tenga el divisor.



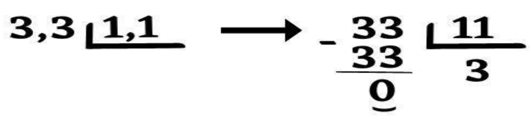
División con un número entero en el dividendo y un número decimal en el divisor. El resultado es un número entero.

1. Lo primero para dividir 5 ÷ *1,25* es quitar la coma al divisor y añadimos tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor. En este caso añadiremos dos ceros al dividendo, quedando 500 ÷ 125.

2. Necesitamos un número que, al multiplicarlo por el divisor, dé como resultado o se aproxime al dividendo. Anotamos el resultado de la multiplicación (4x125=500) debajo del dividendo, restamos y separamos la diferencia (0) con una línea horizontal. Esta división es exacta porque da como resto 0.

Cómo dividir con decimales en dividendo y divisor

Es necesario convertir el divisor en un número entero. La supresión de la coma del divisor se compensa desplazando la coma del dividendo tantos lugares como cifras decimales tuviese el divisor (por ejemplo, 3,3 ÷ 1,1 pasa a ser 33 ÷ 11), la coma se desplaza un solo lugar.



División con un número decimal en el dividendo, un número decimal en el divisor y un número entero en el resultado.

1. Eliminamos la coma del divisor y desplazamos la coma del dividendo hacia la derecha, tantos lugares como cifras decimales tenga el divisor. En 3,3 ÷ *1,1* suprimimos la coma del divisor y desplazamos la del dividendo un lugar hacia la derecha, obteniendo *33 ÷ 11*.
2. Buscamos el número que multiplicado por el divisor de como resultado o nos aproxime al dividendo. Anotamos el resultado (3x11=33) debajo del dividendo, restamos y anotamos la diferencia separada con una línea horizontal. La división es exacta porque su resto es 0.

Si no hubiese cifras suficientes en el dividendo, añadiremos ceros hasta equiparar el número de decimales del divisor (por ejemplo, 25,4 ÷ 3,826 pasará a ser 25400 ÷ 3826). Como solo había una cifra después de la coma del dividendo y necesitábamos desplazar tres lugares, hemos añadido dos ceros para compensar.